

RANGKA BATANG 3D MENGGUNAKAN ANALISA METODE ELEMEN HINGGA DAN SAP 2000

Christiani Chandra Manubulu

*Program Studi Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Katolik Widya Mandira, Jl. A. Yani 50-52
email:christianichandra@gmail.com*

Abstrak: Analisa struktur dimaksud untuk mengetahui respon struktur terhadap beban. Salah satu metode analisa struktur yaitu dengan menggunakan metode kekakuan. Pemahaman metode kekakuan umumnya dilakukan dengan memakai contoh struktur sederhana. Ukuran struktur dalam perhitungan selalu direpresentasikan oleh banyaknya jumlah titik hubung dan elemen batang sehingga pemakaian komputer dan aplikasi perhitungan harus sesuai dengan model struktur yang dimodelkan. Salah satu aplikasi populer yang digunakan dalam melakukan perhitungan struktur adalah MS Excel. Tujuan yang ingin dicapai penelitian ini adalah membuat alat bantu alternatif analisis struktur berorientasi MS Excel dan melakukan perbandingan hasil perhitungan dengan output aplikasi lain yang sudah ada di pasaran khususnya untuk analisa struktur rangka batang 3D. Perhitungan metode kekakuan berorientasi MS Excel akan membuat tahapan analisis yang bentuk fisiknya merupakan pengolahan angka dapat ditampilkan dengan jelas sehingga dapat diperiksa kebenaran dari tahapan analisa yang sesuai dengan teori. Proses perhitungan yang transparan meningkatkan kepercayaan atas hasil perhitungan sehingga dapat digunakan dalam edukasi dan sebagai pembanding terhadap output aplikasi lainnya. Hasil perhitungan struktur rangka batang tiga dimensi dengan program bantu alternatif dan program aplikasi SAP 2000, memberikan perbedaan yang sangat kecil sehingga dapat disimpulkan bahwa output program bantu alternatif, dapat digunakan.

Kata Kunci: Metode Kekakuan , Rangka 3 Dimensi, Kekakuan Struktur

***Abstract:** Structural analysis is intended to impose structural response to weight. One method of structural analysis is stiffness method. Understanding of stiffness is primarily done by using simple structural examples. The size of the structure in calculations is always represented by the large number of linkage and the element of the rod so that the use of the computer and the application of the accounting must correspond to the modeled structure model. One of the popular applications used in performing structural calculations is ms excel. The goal for the study is to create an alternative ms-oriented structural analysis aid and to make comparisons of calculation with other output applications already on the market. Excel - oriented stiffness calculation makes a tabbing of analysis of which the physical form of Numbers can be clearly displayed and that can be examined at a theoretical level of analysis. The transparent process of accounting increases trust in the results so that it can be used in education and as a comparison to the output of other applications. The calculating space truss with alternative aid programs and the SAP 2000 application program, provides a very small difference so that it can be deduced that an alternative assistive program output can be used.*

***Keywords:** Stiffness Method, Space Truss,, Structure Stiffness*

1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Pada umumnya, banyak masalah-masalah fisik yang dapat dinyatakan di dalam bentuk persamaan-persamaan differensial. Untuk dapat menyelesaikan masalah-masalah tersebut, maka harus diselesaikan persamaan-persamaan differensialnya. Cara yang terbaik untuk mendapatkan penyelesaian dari persamaan

differensial adalah dengan penyelesaian secara analitik. Ada beberapa keadaan dimana penyelesaian secara analitik sulit didapatkan. Sebagai contoh, pada permasalahan suatu kontinum dengan batas-batas yang tidak teratur sehingga secara matematis syarat batas yang diperlukan tidak dapat ditentukan. Permasalahan pada material anisotropic yang pada umumnya sulit untuk diselesaikan secara analitik karena

analisis akan meliputi sejumlah persamaan yang bersifat non linier.

Pada dasarnya struktur adalah benda kontinum yang memiliki derajat kebebasan tak terhingga sehingga harus dinyatakan sebagai model derajat kebebasan banyak. Sistem banyak derajat kebebasan adalah sebuah sistem yang mempunyai koordinat bebas untuk mengetahui kedudukan massa lebih dari dua buah[1]. Sistem koordinat global bersifat tetap dan tidak tergantung pada orientasi suatu elemen. Dalam sistem koordinat global setiap titik nodal memiliki dua derajat kebebasan [2].

Bila suatu kontinum (suatu rangkaian) dibagi menjadi beberapa bagian yang lebih kecil, maka elemen kecil ini disebut elemen hingga. Proses pembagian kontinum menjadi elemen-elemen hingga disebut proses “diskretisasi” (pembagian). Pembagian tadi secara matematis dihubungkan satu sama lain sehingga kompatibel dan kontinu antar bagian kecil atau elemen. Dengan metode kekakuan kita dapat mengubah suatu masalah dengan jumlah derajat kebebasan tertentu sehingga proses pemecahannya akan lebih sederhana untuk masalah dalam bidang engineering. Metode ini sudah sering digunakan untuk memecahkan masalah-masalah di bidang teknik terutama pada dunia teknik sipil.

Matriks kekakuan struktur dirakit dengan cara penjumlahan langsung dari matriks kekakuan batang serta matriks beban ekuivalen struktur dirakit dengan cara sama dari matriks beban ekuivalen pada ujung batang dengan syarat semua arah dalam sumbu struktur dan ordo matriks Sesuai koordinat struktur. Cara ini disebut metode kekakuan langsung (*direct stiffness*)[3] Menganalisis struktur baik menggunakan metode manual ataupun menggunakan program komputer, tentu keduanya memiliki alur yang berbeda. Hasil perhitungan analisis struktur masing-masing metode (manual dan program) tentu memiliki nilai selisih yang

beragam. Aplikasi MS Excel digunakan untuk perhitungan dengan metode matriks karena dilengkapi fungsi bawaan (built in) dalam hal operasi matriks. Lembaran kerja (sheet) digunakan untuk pemisahan tahapan perhitungan, Sel (cell) dengan referensi alamat baris (row) dan kolom (column) difungsikan sebagai elemen matriks dan range yang merupakan sekelompok sel berbentuk segiempat mewakili bentuk matriks [kekakuan]. Keuntungan dari menggunakan lembar kerja yaitu tahapan perhitungan sesuai teori ditampilkan pada layar, pengguna dapat melakukan pemeriksaan perhitungan sehingga, pengguna yakin atas kebenaran *output*[4]

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan ini adalah sebagai berikut:

1. Memformulasi tahapan analisis struktur Rangka Batang 3D (space truss) dengan analisa metode elemen hingga menggunakan MS Excel.
2. Membandingkan hasil perhitungan analisa struktur Rangka Batang 3D menggunakan analisa metode elemen hingga yang dihitung dengan program alternatif MS Excel dengan hasil yang dikeluarkan oleh perangkat lunak SAP 2000.

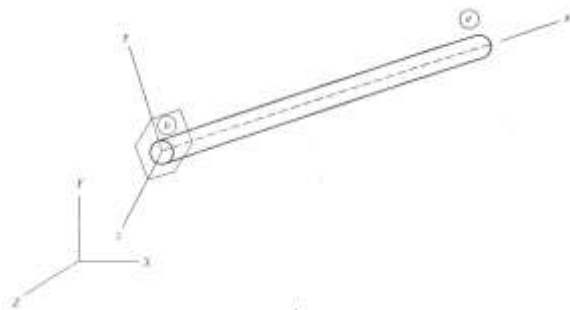
2. METODE PENELITIAN

2.1 Ruang Lingkup Penelitian

Pada analisa struktur menggunakan cara matriks khususnya pada rangka batang dua dimensi (space trusses), penelitian ini akan difokuskan pada definisi global dan local coordinate, derajat kebebasan, hubungan gaya-displacement pada kordinat lokal menggunakan persamaan kesetimbangan dan prinsip mekanika material, tranformasi gaya dan displacement element dari kordinat local ke kordinat global

dan sebaliknya, hubungan kekakuan elemen pada kordinat global, formulasi matriks kekakuan seluruh rangka batang dalam kordinat global dengan mengkombinasikan hubungan kekakuan elemen serta langkah demi langkah prosedur analisa rangka batang dua dimensi yang dibebani gaya pada joint.

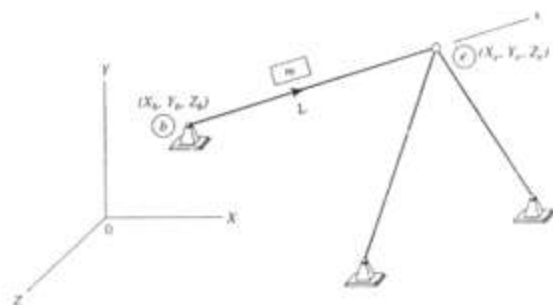
Pada dasarnya penentuan *joint load vector* dan *reaction vector* pada rangka batang tiga dimensi sama dengan rangka batang dua dimensi, akan tetapi di sini semua gaya eksternal dan reaksi perletakan dispesifikasi tidak hanya terhadap sumbu X dan Y tetapi juga dalam sumbu Z.



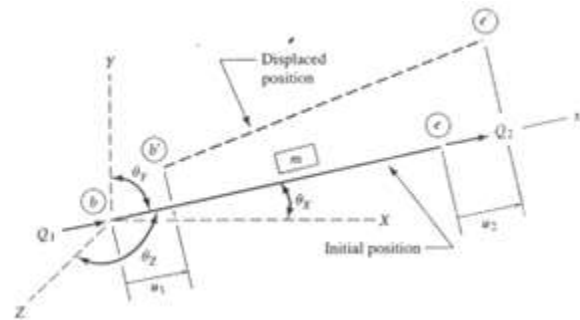
Gambar 1. Sistem koordinat member untuk *space truss*

Matriks kekakuan elemen *space truss* dalam sistem koordinat lokal dapat dilihat pada Persamaan 1.

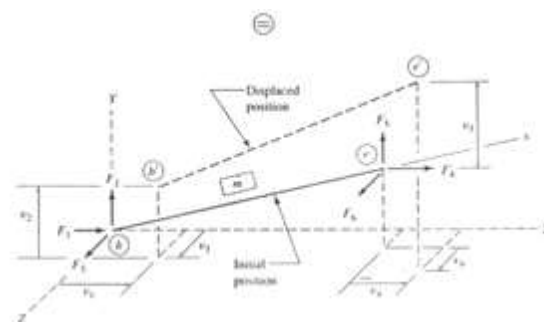
$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ \frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \quad (1)$$



Gambar 2. *Space Truss*



Gambar 3. Gaya ujung member dan *displacement* dalam sistem koordinar lokal pada *space truss*



Gambar 4. Gaya ujung member dan *displacement* dalam sistem koordinar global pada *space truss*

X_b, Y_b, Z_b dan X_e, Y_e, Z_e adalah koordinat global dari joint di mana ujung b dan e member terhubung. Panjang dari member pada *space truss* dapat dihitung menggunakan persamaan 2 dan cosinus arah dari member tersebut pada koordinat global dapat dihitung menggunakan persamaan 3, 4, dan 5.

$$L = \sqrt{(X_e - X_b)^2 + (Y_e - Y_b)^2 + (Z_e - Z_b)^2} \quad (2)$$

$$\cos \theta_x = \frac{X_e - X_b}{L} \quad (3)$$

$$\cos \theta_y = \frac{Y_e - Y_b}{L} \quad (4)$$

$$\cos \theta_z = \frac{Z_e - Z_b}{L} \quad (5)$$

Di mana θ_x, θ_y dan θ_z masing-masing mewakili sudut antara arah positif sumbu X, Y dan Z dengan arah positif sumbu lokal batang.

T dikenal sebagai matriks transformasi. Matriks transformasi untuk *space truss* dapat dilihat sebagai berikut:

$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta_x & \cos \theta_y & \cos \theta_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta_x & \cos \theta_y & \cos \theta_z \end{bmatrix}$$

Sama seperti gaya, displacement ujung dari member juga dapat ditransformasikan dari system kordinat global ke lokal dengan persamaan

$$u = Tv \quad (6)$$

Dengan menggunakan hubungan kekakuan member dalam system koordinat lokal dan matriks transformasi, kita dapat menurunkan hubungan kekakuan member dalam system kordinat global seperti langkah perhitungan plane truss dari Persamaan 7 sampai dengan Persamaan 11.

Dengan menggunakan hubungan kekakuan member dalam system koordinat lokal dan matriks transformasi, kita dapat menurunkan hubungan kekakuan member dalam system kordinat global

$$Q = ku \quad (7)$$

$$u = Tv \quad (8)$$

$$F = T^T Q = T^T ku = T^T kTv \quad (9)$$

Persamaan diatas dapat ditulis kembali sebagai

$$F = Kv \quad (10)$$

dengan

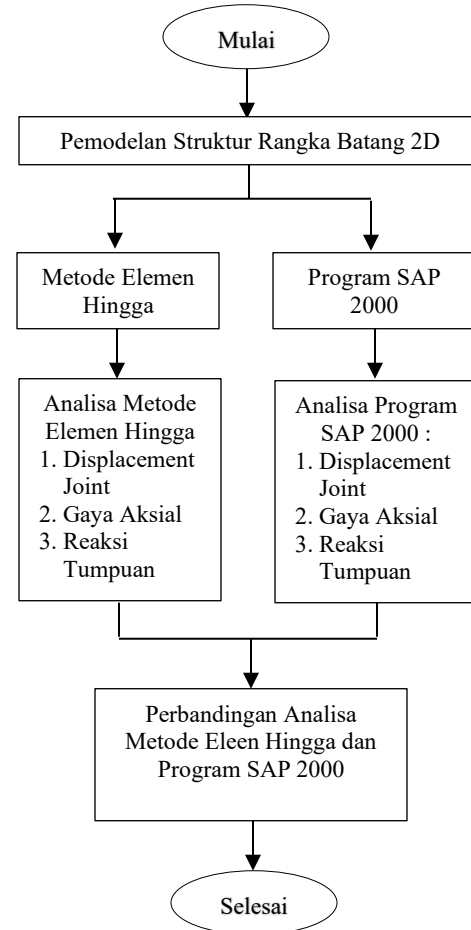
$$K = T^T kT \quad (11)$$

Matriks K dikenal dengan matriks kekakuan member dalam system kordinat global. Untuk *shape truss*, K dapat dirumuskan pada persamaan sebagai berikut :

$$K = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y & \cos \theta_x \cos \theta_z & -\cos^2 \theta_x & -\cos \theta_x \cos \theta_y & -\cos \theta_x \cos \theta_z \\ \cos \theta_x \cos \theta_y & \cos^2 \theta_y & \cos \theta_y \cos \theta_z & -\cos \theta_x \cos \theta_y & -\cos^2 \theta_y & -\cos \theta_y \cos \theta_z \\ \cos \theta_x \cos \theta_z & \cos \theta_y \cos \theta_z & \cos^2 \theta_z & -\cos \theta_x \cos \theta_z & -\cos \theta_y \cos \theta_z & -\cos^2 \theta_z \\ -\cos^2 \theta_x & -\cos \theta_x \cos \theta_y & -\cos \theta_x \cos \theta_z & \cos^2 \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y & \cos \theta_x \cos \theta_z \\ -\cos \theta_x \cos \theta_y & -\cos^2 \theta_y & -\cos \theta_y \cos \theta_z & \cos \theta_x \cos \theta_y & \cos^2 \theta_y & \cos \theta_y \cos \theta_z \\ -\cos \theta_x \cos \theta_z & -\cos \theta_y \cos \theta_z & -\cos^2 \theta_z & \cos \theta_x \cos \theta_z & \cos \theta_y \cos \theta_z & \cos^2 \theta_z \end{bmatrix}$$

2.3 Rancangan Penelitian

Diagram Alir Penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Diagram Alir Penelitian

Prosedur analisa untuk rangka batang 3D dapat dirumuskan dalam langkah-langkah sebagai berikut :

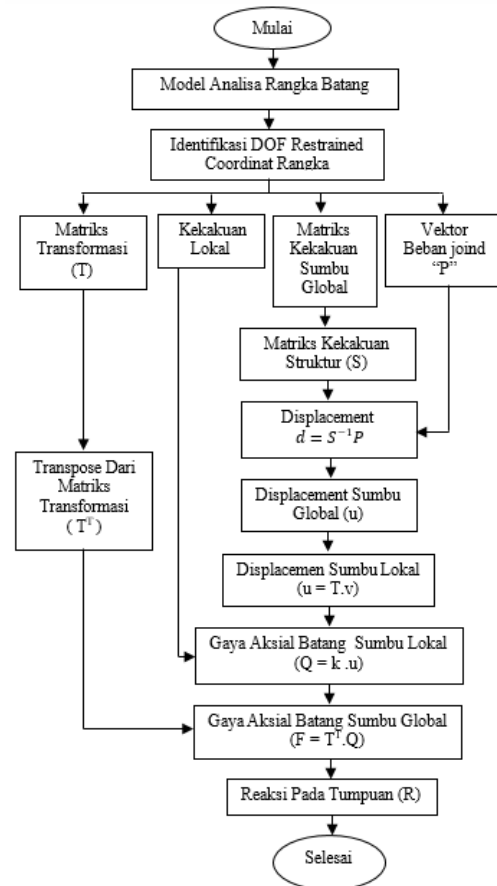
1. Persiapkan model analisa rangka batang dengan jalan
 - a. Gambarkan diagram garis struktur di mana setiap joint dan member diidentifikasi dengan sebuah nomor
 - b. Tetapkan koordinat global XY
 - c. Tentukan koordinat lokal xy dari tiap member

- d. Identifikasikan dof dan *restrained coordinates*.
2. Evaluasi matriks kekakuan S
 - a. Hitung panjang dan arah kosinus tiap member ($\sin \theta$ dan $\cos \theta$)
 - b. Hitung matriks kekakuan elemen dalam system koordinat global, K
 - c. Identifikasi nomor kode, dan letakan tiap elemen K dalam posisinya yang tepat pada S
3. Bentuk vector beban P yang berorde $NDOF \times 1$
4. Tentukan joint displacement d dengan menyelesaikan hubungan $P = Sd$.
5. Hitung displacement dan gaya ujung member :
 - a. tentukan displacement ujung member dalam arah gloval, v dari displacement joint, d menggunakan nomor kode member
 - b. hitung matriks transformasi T, dan tentukan displacement ujung meber dalam koordinat lokal, u menggunakan hubungan transformasi $u = Tv$.
 - c. Hitung matriks kekakuan member dalam koordinat local, k dan hitung gaya ujung member dalam koordinat local Q menggunakan hubungan kekakuan $Q = ku$
 - d. Hitung gaya ujung member dalam koordinat global, F menggunakan hubungan transformasi $F = T^T Q$
 - e. Dengan menggunakan nomor kode member, tempatkan elemen F dlam posisinya yang tepat untuk mendapatkan vector reaksi perletakan R.

Check kembali perhitungan gaya ujung batang dan reaksi perletakan dengan mengaplikasikan persamaan kesetimbangan pada tiap *free body* dari seluruh struktur.

Langkah-langkah analisa struktur rangka batang 3D dengan menggunakan

analisa metode elemen hingga dapat dilihat pada Gambar 6.

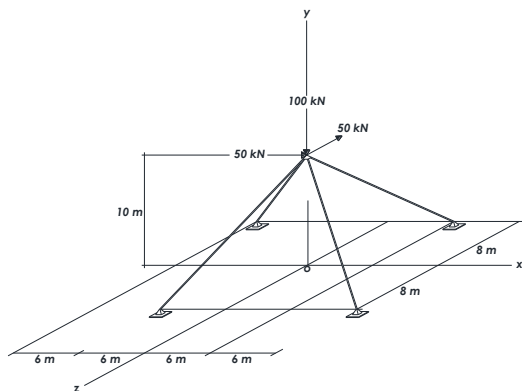


Gambar 6. Analisa Struktur Rangka Batang 3D Metode Elemen Hingga

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Model Analisa Rangka Batang

Pada penelitian ini digunakan model struktur *shape truss* yang dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Model Struktur Shape Truss

Pada penelitian ini dianggap besarnya nilai Modulus Elastisitas (E) dan Luasan Profil (A) bernilai konstan untuk semua elemen. Besarnya Nilai Modulus Elastisitas yang digunakan dalam penelitian ini adalah 200 Gpa dan Luasan Profil yang digunakan sebesar 3800 mm².

Karena suatu joint bebas pada rangka batang tiga dimensi mempunyai tiga dof, maka total keseluruhan dofnya adalah

$$NDOF = 3(NJ) - NR$$

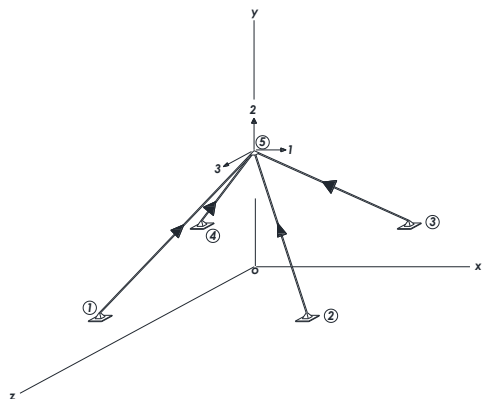
NDOF : Jumlah dof

NJ : Jumlah joint

NR : Jumlah reaksi perletakan

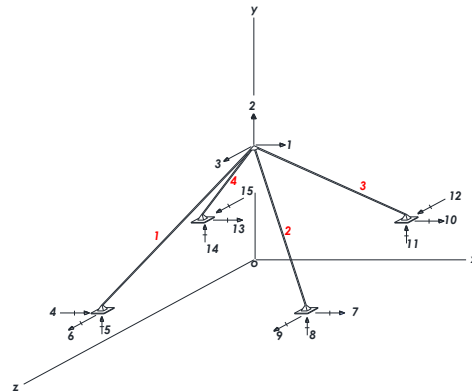
Pada kasus *shape truss* pada penelitian ini, maka

$$\begin{aligned} NJ &= 5 \\ NR &= 12 \\ NDOF &= 3(5) - 12 = 3 \end{aligned}$$



Gambar 8. Diagram garis struktur dan Joint pada Space Truss

Space truss tersebut dimodelkan dalam diagram garis dengan tiga dof (nomor 1,2 dan 3) dan dua belas *restrained coordinates* (nomor 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 dan 15) seperti pada Gambar 9.



Gambar 9. Degree of freedom dan restrained coordinates pada Space Truss

3.2 Analisa Metode Elemen Hingga untuk Space Truss

Langkah pertama sebelum menghitung panjang cosinus tiap member maka terlebih dahulu ditentukan lokasi tiap joint pada *space truss*. Lokasi joint pada sumbu koordinat kartesius untuk *space truss* dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Lokasi Joint pada Space Truss

Joint	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	-6	0	8
2	12	0	8
3	6	0	-8
4	12	0	-8
5	0	10	0

Dalam proses perhitungan panjang member untuk kasus *space truss* mengacu pada Persamaan 2.13 dan arah cosinus untuk tiap member dihitung menggunakan Persamaan 2.14, 2.15 dan 2.16. Untuk perhitungan matriks kekakuan tiap member dalam koordinat global untuk *space truss* dihitung menggunakan Persamaan 2.18. Hasil Analisa untuk panjang,

arah cosinus dan matriks kekakuan tiap member dalam koordinat lokal untuk untuk member 1 sampai dengan member 4 adalah sebagai berikut:

Member 1

$$K_1 = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \\ 9673.22 & -16122.03 & -12897.63 & -9673.22 & -16122.03 & -12897.63 \\ 16122.03 & 26870.06 & -21496.05 & -16122.03 & -26870.06 & 21496.05 \\ -12897.63 & -21496.05 & 17196.84 & 12897.63 & 21496.05 & -17196.84 \\ -9673.22 & -16122.03 & -12897.63 & 9673.22 & -16122.03 & -12897.63 \\ -16122.03 & -26870.06 & 21496.05 & -16122.03 & -26870.06 & 21496.05 \\ 12897.63 & 21496.05 & -17196.84 & -12897.63 & -21496.05 & 17196.84 \end{pmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Member 2

$$K_2 = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 \\ 20246.50 & -16872.09 & 13497.67 & -20246.50 & 16872.09 & -13497.67 \\ -16872.09 & 14060.07 & -11248.06 & 16872.09 & -14060.07 & 11248.06 \\ 13497.67 & -11248.06 & 8998.45 & -13497.67 & 11248.06 & -8998.45 \\ -20246.50 & 16872.09 & -13497.67 & 20246.50 & -16872.09 & 13497.67 \\ 16872.09 & -14060.07 & 11248.06 & -16872.09 & 14060.07 & -11248.06 \\ -13497.67 & 11248.06 & -8998.45 & 13497.67 & -11248.06 & 8998.45 \end{pmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Member 3

$$K_3 = \begin{pmatrix} 10 & 11 & 12 & 1 & 2 & 3 \\ 9673.22 & -16122.03 & -12897.63 & -9673.22 & -16122.03 & -12897.63 \\ -16122.03 & 26870.06 & 21496.05 & 16122.03 & -26870.06 & -21496.05 \\ -12897.63 & 21496.05 & 17196.84 & 12897.63 & -21496.05 & -17196.84 \\ -9673.22 & -16122.03 & -12897.63 & 9673.22 & -16122.03 & -12897.63 \\ 16122.03 & -26870.06 & -21496.05 & -16122.03 & -26870.06 & 21496.05 \\ 12897.63 & -21496.05 & -17196.84 & -12897.63 & 21496.05 & 17196.84 \end{pmatrix} \begin{matrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Member 4

$$K_4 = \begin{pmatrix} 13 & 14 & 15 & 1 & 2 & 3 \\ 20246.50 & 16872.09 & 13497.67 & -20246.50 & -16872.09 & -13497.67 \\ 16872.09 & 14060.07 & 11248.06 & -16872.09 & -14060.07 & -11248.06 \\ 13497.67 & 11248.06 & 8998.45 & -13497.67 & -11248.06 & -8998.45 \\ -20246.50 & -16872.09 & -13497.67 & 20246.50 & 16872.09 & 13497.67 \\ -16872.09 & -14060.07 & -11248.06 & 16872.09 & 14060.07 & 11248.06 \\ -13497.67 & -11248.06 & -8998.45 & 13497.67 & 11248.06 & 8998.45 \end{pmatrix} \begin{matrix} 13 \\ 14 \\ 15 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Hasil perakitan matriks S dari matriks kekakuan global, K dalam satuan kN/m adalah sebagai berikut :

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 59839.45 & 0.00 & 1200.08 \\ 0.00 & 81860.26 & 0.00 \\ 1200.08 & 0.00 & 52390.56 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Setelah matriks S didapatkan maka hubungan kekakuan, $P=Sd$ yang mewakili persamaan simultan aljabar linear dapat diselesaikan.

Vector beban, P

Beban P yang bekerja pada struktur *space truss* bekerja pada *dof* no 1 sebesar 50 kN (searah), *dof* no 2 sebesar 100 kN (berlawanan arah) dan *dof* no 3 sebesar 50 kN (berlawanan

arah). Sehingga vektor beban P adalah sebagai berikut:

$$P = \begin{pmatrix} 50 \\ -100 \\ -50 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Hasil invers matriks dari matriks S adalah sebagai berikut:

$$[S]^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 59839.45 & 0.00 & 1200.08 \\ 0.00 & 81860.26 & 0.00 \\ 1200.08 & 0.00 & 52390.56 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Untuk mendapatkan displacement joint, d. Berdasarkan hasil analisa $[d] = [S]^{-1} [P]$ diperoleh nilai displacement joint dalam satuan meter sebagai berikut:

$$d = \begin{pmatrix} 0.0009 \\ -0.0012 \\ -0.0010 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Dengan **d** yang sudah diketahui maka displacement ujung pada tiap member, **v** ditentukan dengan menerapkan persamaan *compatibility* yang didefinisikan dengan nomor kodenya.

$$v_1 = \begin{pmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0009 \\ -0.0012 \\ -0.0010 \end{pmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0009 \\ -0.0012 \\ -0.0010 \end{pmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

$$v_3 = \begin{pmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0009 \\ -0.0012 \\ -0.0010 \end{pmatrix} \begin{matrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \quad v_4 = \begin{pmatrix} 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0009 \\ -0.0012 \\ -0.0010 \end{pmatrix} \begin{matrix} 13 \\ 14 \\ 15 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Selanjutnya dalam system koordinat lokal, displacement ujung u dapat diperoleh dari hasil perkalian matriks transformasi, T dan vektor displacement ujung tiap member, v .

$$u_1 = \begin{pmatrix} 0.00000 \\ 0.00005 \end{pmatrix} \quad u_2 = \begin{pmatrix} 0.00000 \\ -0.00084 \end{pmatrix}$$

$$u_3 = \begin{pmatrix} 0.00000 \\ -0.00178 \end{pmatrix} \quad u_4 = \begin{pmatrix} 0.00000 \\ -0.00056 \end{pmatrix}$$

Gaya ujung member dalam koordinat lokal Q dapat diperoleh menggunakan hubungan kekakuan $Q = ku$.

Hasil gaya ujung member dalam koordinat lokal, Q untuk sepuluh member adalah sebagai berikut:

$$Q_1 = \begin{pmatrix} -2.6841 \\ 2.6841 \end{pmatrix} \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 36.2370 \\ -36.2370 \end{pmatrix}$$

$$Q_3 = \begin{pmatrix} 95.5252 \\ -95.5252 \end{pmatrix} \quad Q_4 = \begin{pmatrix} 24.0495 \\ -24.0495 \end{pmatrix}$$

Gaya ujung member dalam koordinat global, F dapat ditentukan dengan melakukan perkalian transpose dari matriks transformasi, TT dikalikan dengan matrik gaya ujung member dalam koordinat lokal, Q Hasil dari perhitungan adalah sebagai berikut :

$$F_1 = \begin{pmatrix} -1.14 \\ -1.90 \\ 1.52 \\ 1.14 \\ 1.90 \\ -1.52 \end{pmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \quad F_2 = \begin{pmatrix} -24.78 \\ 20.65 \\ -16.52 \\ 24.78 \\ -20.65 \\ 16.52 \end{pmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

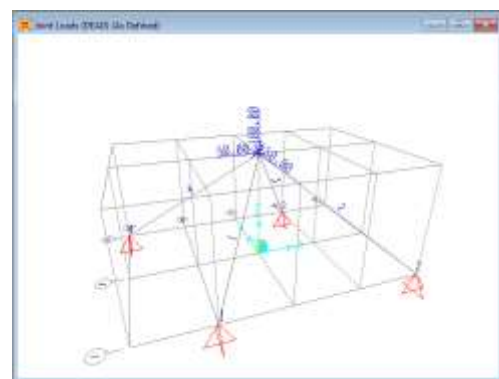
$$F_3 = \begin{pmatrix} -40.53 \\ 67.55 \\ 54.04 \\ 40.53 \\ -67.55 \\ -54.04 \end{pmatrix} \begin{matrix} 10 \\ 11 \\ 12 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \quad F_4 = \begin{pmatrix} 16.44 \\ 13.70 \\ 10.96 \\ -16.44 \\ -13.70 \\ -10.96 \end{pmatrix} \begin{matrix} 13 \\ 14 \\ 15 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Akhirnya reaksi perletakan R ditentukan dari F dengan menjumlahkan elemen-elemen pada vektor F yang mempunyai nomor kode sama dengan *restrained koordinat* pada perletakan tersebut yaitu nomor 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, dan 15. Hasil dari reaksi perletakan adalah sebagai berikut :

$$R = \begin{pmatrix} -1.1388 \\ -1.8979 \\ 1.5183 \\ -24.7775 \\ 20.6479 \\ -16.5183 \\ -40.5279 \\ 67.5465 \\ 54.0372 \\ 16.4442 \\ 13.7035 \\ 10.9628 \end{pmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \end{matrix}$$

4.2.2 Shape Truss dengan Program SAP 2000

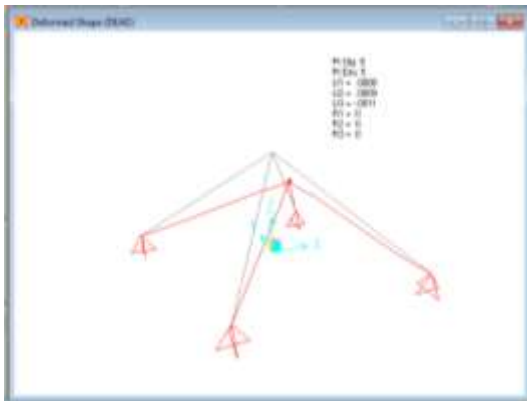
Pemodelan struktur yang dibuat dengan Program SAP 2000 disesuaikan dengan penomeran member pada perhitungan struktur *shape truss* dengan analisa MEH. Hasil Pemodelan dan Pembebanan dapat dilihat pada Gambar 10.



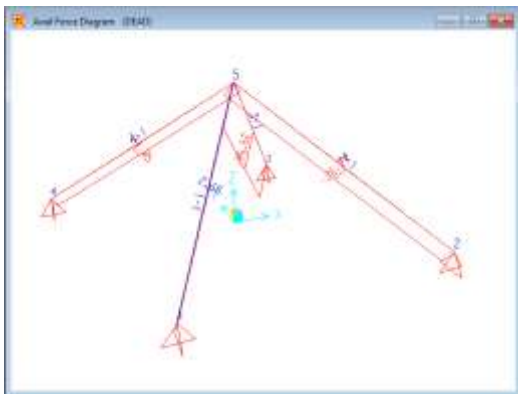
Gambar 10. Pemodelan *Shape Truss* Program SAP 2000

Hasil analisa *Shape Truss* dengan menggunakan Program SAP 2000 berupa *joint displacement*, *axial force diagram* dan *joint*

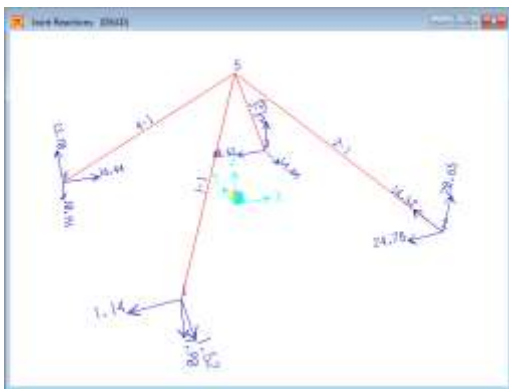
reaction dapat dilihat pada Gambar 11 sampai dengan Gambar 13.



Gambar 11. Displacement Joint pada Shape Truss hasil Program SAP 2000



Gambar 12. Axial Force Diagram pada Shape Truss hasil Program SAP 2000



Gambar 13. Joint Reaction pada Shape Truss hasil Program SAP 2000

4.2.3 Perbandingan Hasil Analisa Metode Elemen Hingga dan SAP 2000 untuk Shape Truss

Dari hasil analisa Rangka Batang 3D menggunakan analisa MEH dan Program SAP 2000 maka dapat disajikan perbandingan nilai displacement joint yang dapat dilihat pada Tabel 2, perbandingan nilai Gaya Aksial yang dapat dilihat pada Tabel 3, dan perbandingan nilai *Restrained Coordinates* yang dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 2. Displacement Joint pada Shape Truss

Degree of Freedom	Displacement Joint (mm)		Error (%)
	Analisa MEH	SAP 2000	
1	0.0009	0.0008	10.89%
2	-0.0012	-0.0011	10.85%
3	-0.0010	-0.0009	10.88%

Berdasarkan Tabel 2 dapat dilihat hasil persentase perbedaan nilai displacement joint antara hasil analisa MEH dan SAP 2000 terbesar adalah 10,89%. Nilai displacement berdasarkan hasil analisa metode kekakuan menunjukkan hasil yang lebih besar dibandingkan dengan hasil yang dikeluarkan oleh Program SAP 2000.

Tabel 3. Gaya Aksial pada Shape Truss

No. Member	Gaya Aksial (kN)		Error (%)
	Analisa MEH	SAP 2000	
1	2.684	2.682	0.08%
2	-36.237	-36.237	0.00%
3	-95.525	-95.523	0.00%
4	-24.050	-24.050	0.00%

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa persentase perbedaan terbesar untuk perhitungan gaya aksial menggunakan analisa MEH dan SAP 2000 terbesar adalah 0,08%.

Tabel 4. *Restrained Coordinates* pada *Shape Truss*

No. <i>Restrained Coordinates</i>	Reaksi Tumpuan (kN)		Error (%)
	Analisa MEH	SAP 2000	
4	-1.1388	-1.138	0.07%
5	-1.8979	-1.896	0.10%
6	1.5183	1.517	0.09%
7	-24.7775	-24.778	0.00%
8	20.6479	20.648	0.00%
9	-16.5183	-16.517	0.01%
10	-40.5279	-40.527	0.00%
11	67.5465	67.545	0.00%
12	54.0372	54.036	0.00%
13	16.4442	16.443	0.01%
14	13.7035	13.704	0.00%
15	10.9628	10.964	0.01%

Berdasarkan Tabel 4 dapat dilihat bahwa presentase perbedaan terbesar untuk perhitungan reaksi tumpuan menggunakan analisa MEH dan SAP 2000 terbesar adalah 0,10%.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisa dan pembahasan maka dapat dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Besarnya persentase perbedaan nilai *displacement joint* dari hasil analisa metode elemen hingga dan program SAP 2000 berkisar antara 10,85% - 10,89%.
2. Besarnya persentase perbedaan nilai gaya aksial dari hasil analisa analisa metode elemen hingga dan program SAP 2000 berkisar antara 0,00% - 0,08%.
3. Besarnya persentase perbedaan nilai reaksi tumpuan dari hasil analisa analisa metode elemen hingga dan program SAP 2000 berkisar antara 0,00% - 0,10%.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] C. C. Manubulu, R. Hendrikus, and F. Ndouk, "Getaran Bebas Pada Struktur

Mdof Bangunan Penahan Geser," *Eternitas J. Tek. Sipil*, vol. 1, no. 1, pp. 49–57, 2020.

- [2] S. O. Dapas, "Analisis Struktur Rangka Batang," *J. Ilm. Media Eng.*, vol. 1, no. 2, pp. 156–160, 2011.
- [3] C. C. Manubulu, M. Mooy, I. Sampaio, and S. Serra, "ANALISA RANGKA BATANG 2D MENGGUNAKAN METODE MATRIKS KEKAKUAN STRUKTUR DAN SAP 2000," vol. 1, no. 2, pp. 11–19, 2022.
- [4] J. Harahap, M. Sumajouw, and S. Wallah, "Analisa Struktur Cara Kekakuan : Sebagai Alat Bantu Alternatif Dalam Perhitungan Stuktur," *J. Ilm. Media Eng.*, vol. 6, no. 3, pp. 529–534, 2016.