ETERNITAS
Jurnal Teknik Sipil

Vol 1 No 2 (2022): ETERNITAS:Jurnal Teknik Sipil, Vol 1, No 2 April 2022

(P) ISSN 2721-5679

(E) ISSN 2722-466X

ANALISA RANGKA BATANG 2D MENGGUNAKAN METODE MATRIKS KEKAKUAN STRUKTUR DAN SAP 2000

Christiani Chandra Manubulu[1], Merzy Mooy[2], Igidro Sampaio Soares Serra[3]
Program Studi Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Katolik Widya Mandira, Jl. A. Yani 50-52
email:christianichandra@gmail.com

Abstrak: Pemahaman metode kekakuan umumnya dilakukan dengan memakai contoh struktur sederhana. Ukuran struktur dalam perhitungan selalu direpresentasikan oleh banyaknya jumlah titik hubung dan elemen batang sehingga pemakaian komputer dan aplikasi perhitungan harus harus sesuai dengan model struktur yang dimodelkan. Salah satu aplikasi populer yang digunakan dalam melakukan perhitungan struktur adalah MS Excel. Tujuan yang ingin dicapai penelitian ini adalah membuat alat bantu alternatif analisis struktur berorientasi MS Excel dan melakukan perbandingan hasil perhitungan dengan output aplikasi lain yang sudah ada di pasaran. Perhitungan metode kekakuan berorientasi MS Excel akan membuat tahapan analisis yang bentuk fisiknya merupakan pengolahan angka dapat ditampilkan dengan jelas sehingga dapat diperiksa kebenaran dari tahapan analisa yang sesuai dengan teori. Proses perhitungan yang transparan meningkatkan kepercayaan atas hasil perhitungan sehingga dapat digunakan dalam edukasi dan sebagai pembanding terhadap output aplikasi lainnya. Hasil perhitungan struktur rangka batang 2 dimensi dengan program bantu alternatif dan program aplikasi SAP 2000, memberikan perbedaan yang sangat kecil sehingga dapat disimpulkan bahwa output program bantu alternatif, dapat digunakan.
Kata Kunci: Metode Kekakuan , Struktur Rangka, Kekakuan Struktur

Abstract: *understanding of stiffness is primarily done by using simple structural examples. The size of the structure in calculations is always represented by the large number of linkage and the element of the rod so that the use of the computer and the application of the accounting must correspond to the modeled structure model. One of the popular applications used in performing structural calculations is ms excel. The goal for the study is to create an alternative ms-oriented structural analysis aid and to make comparisons of calculation with other output applications already on the market. Excel - oriented stiffness calculation makes a tabbing of analysis of which the physical form of Numbers can be clearly displayed and that can be examined at a theoretical level of analysis. The transparent process of accounting increases trust in the results so that it can be used in education and as a comparison to the output of other applications. The calculating two-dimensional skeletal structure with alternative aid programs and the SAP 2000 application program, provides a very small difference so that it can be deduced that an alternative assistive program output can be used.*
Keywords*: Stiffness Method, Frame Structures, Structure Stiffness*

1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Rangka batang dua dimensi (plane truss) didefinisikan sebagai suatu gabungan batang-batang lurus yang prismatik dalam bidang dua dimensi, di mana ujung-ujungnya dihubungkan oleh suatu joint berupa sendi tanpa gesekan dan dibebani oleh gaya dan reaksi hanya pada jointnya dan dalam arah struktur tersebut. Elemen dalam rangka batang dua dimensi hanya dibebani oleh gaya aksial berupa tarik atau tekan.

Vol 1 No 2 (2022): ETERNITAS:Jurnal Teknik Sipil, Vol 1, No 2 April 2022
(P) ISSN 2721-5679
(E) ISSN 2722-466X

Karena joint pada rangka batang diasumsikan berupa sendi tanpa gesekan maka joint tersebut tidak dapat menahan momen, oleh karena itu rotasi pada joint adalah nol, sehingga hanya translasi joint yang diperhitungkan pada penentuan derajat kebebasan rangka batang.

Analisa struktur menggunakan metode matriks kekakuan struktur dikembangkan dengan anggapan struktur bersifat elastik-linier. Kelebihan penggunaan metode matriks kekakuan struktur adalah dapat menghitung kondisi struktur jenis statis tertentu dan statis tak tentu. Prosedur perhitungan diformulasikan dengan menganggap semua titik hubung mengalami perpindahan sehingga gaya dan perpindahan pada semua batang ditangani seragam.

Pada dasarnya struktur adalah benda kontinum yang memiliki derajat kebebasan tak terhingga sehingga harus dinyatakan sebagai model derajat kebebasan banyak. Sistem banyak derajat kebebasan adalah sebuah sistem yang mempunyai koordinat bebas untuk mengetahui kedudukan massa lebih dari dua buah[1]. Sistem koordinat global bersifat tetap dan tidak tergantung pada orientasi suatu elemen. Dalam sistem koordinat global setiap titik nodal memiliki dua derajat kebebasan (dof) [2].

Matriks kekakuan struktur dirakit dengan cara penjumlahan langsung dari matriks kekakuan batang serta matriks beban ekivalen struktur dirakit dengan cara sama dari matriks beban ekivalen pada ujung batang dengan syarat semua arah dalam sumbu struktur dan ordo matriks Sesuai koordinat struktur. Cara ini disebut metode kekakuan langsung (*direct stiffness*).

Menganalisis struktur baik menggunakan metode manual ataupun menggunakan program komputer, tentu keduanya memiliki alur yang berbeda. Hasil perhitungan analisis struktur masing-masing metode (manual dan program) tentu memiliki nilai selisih yang beragam. Aplikasi MS Excel digunakan untuk perhitungan dengan metode matriks karena dilengkapi fungsi bawaan (built in) dalam hal operasi matriks. Lembaran kerja (sheet) digunakan untuk pemisahan tahapan perhitungan, Sel (cell) dengan referensi alamat baris (row) dan kolom (column) difungsikan sebagai elemen matriks dan range yang merupakan sekelompok sel berbentuk segiempat mewakili bentuk matriks [3]. Keuntungan dari menggunakan lembar kerja yaitu tahapan perhitungan sesuai teori ditampilkan pada layar, pengguna dapat melakukan pemeriksaan perhitungan sehingga, pengguna yakin atas kebenaran *output*.

1.2 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penulisan ini adalah sebagai berikut:

1. memformulasi tahapan analisis struktur portal bidang dengan metode matriks cara kekakuan menggunakan MS Excel.
2. Membandingkan hasil perhitungan analisa struktur Rangka Batang 2D mengghunakan program alternatif MS Excel dengan hasil yang dikeluarkan oleh perangkat lunak SAP 2000.

2. METODE PENELITIAN

2.1 Ruang Lingkup Penelitian

Pada analisa sturktur menggunakan cara matriks khususnya pada rangka batang dua dimensi (plane trusses), penelitian ini akan difokuskan pada definisi global dan local coordinate, derajat kebebasan, hubungan gaya-displacement pada kordinat lokal menggunakan persamaan kesetimbangan dan prinsip mekanika material, tranformasi gaya dan displacement element dari kordinat local ke kordinat global dan sebaliknya, hubungan kekakuan elemen pada kordinat global, formulasi matriks

ETERNITAS Jurnal Teknik Sipil

Vol 1 No 2 (2022): ETERNITAS:Jurnal Teknik Sipil, Vol 1, No 2 April 2022

(P) ISSN 2721-5679

(E) ISSN 2722-466X

kekakuan seluruh rangka batang dalam kordinat global dengan mengkombinasikan hubungan kekakuan elemen serta langkah demi langkah prosedur analisa rangka batang dua dimensi yang dibebani gaya pada joint.

Matriks kekakuan elemen rangka batang dua dimensi dalam system koordinat lokal dapat dilihat pada Persamaan 1.

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & \frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

T dikenal sebagai matriks tranformasi. Cosinus arah dari member yang digunakan pada matriks T ditentukan dengan menggunakan hubungan yang dapat dilihat pada Persamaan 2 dan Persamaan 3.

$$\cos\theta = \frac{X_e - X_b}{L} = \frac{X_e - X_b}{\sqrt{(X_e - X_b)^2 + (Y_e - Y_b)^2}} \ldots (2)$$

$$\sin\theta = \frac{Y_e - Y_b}{L} = \frac{Y_e - Y_b}{\sqrt{(X_e - X_b)^2 + (Y_e - Y_b)^2}} \ldots. (3)$$

Sama seperti gaya, displacement ujung dari member juga dapat ditransformasikan dari system kordinat global ke lokal dengan persamaan

$$u = Tv \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Mantriks transformasi dapat dilihat pada Persamaan 5.

$$T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \ldots\ldots (5)$$

Dengan menggunakan hubungan kekakuan member dalam system koordinat loakl dan matriks transformasi, kita dapat menurunkan hubungan kekakuan member dalam system kordinat global

$$Q = ku \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

$$u = Tv \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$F = T^T Q = T^T ku = T^T kTv \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Persamaan diatas dapat ditulis kembali sebagai

$$F = Kv \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

dengan

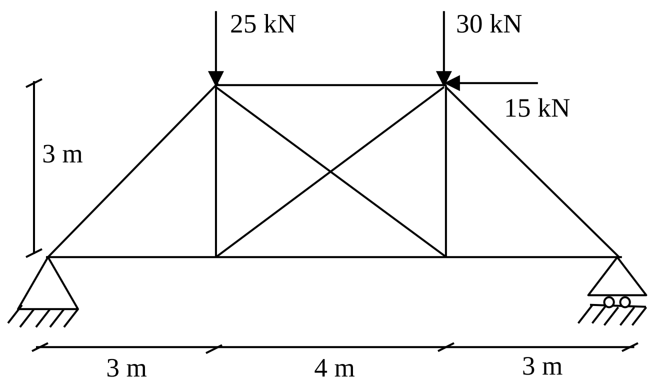
$$K = T^T kT \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Matriks K dikenal dengan matriks kekakuan member dalam system kordinat global. Untuk rangka batang dua dimensi, K dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$K = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta & -\cos^2\theta & -\cos\theta\sin\theta \\ \cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta & -\cos\theta\sin\theta & -\sin^2\theta \\ -\cos^2\theta & -\cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta \\ -\cos\theta\sin\theta & -\sin^2\theta & \cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

2.2 Model Struktur Rangka Batang 2D

Pada penelitian ini digunakan model struktur rangka batang 2D yang dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Model Struktur Rangka Baja

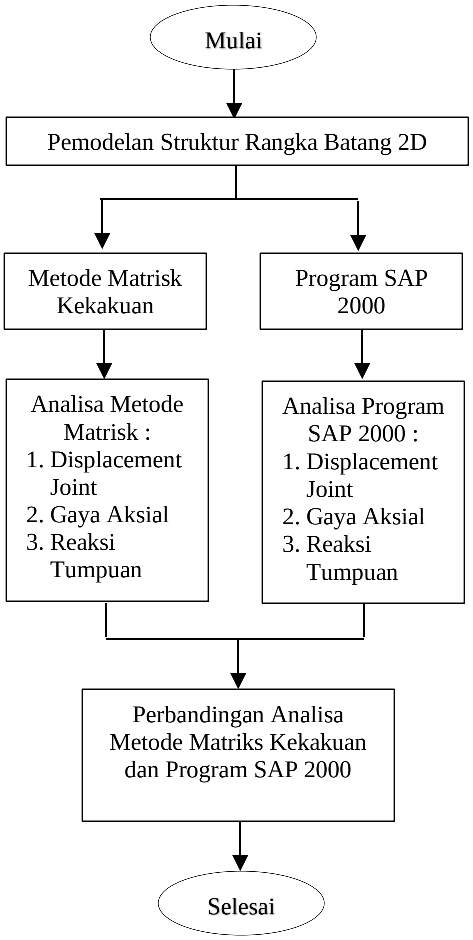
Pada penelitian ini dianggap Besarnya nilai Modulus Elastisitas (E) dan Luasan Profil (A) bernilai konstan untuk semua elemen. Besarnya Nilai Modulus Elastisitas yang digunakan dalam penelitian ini adalah 70 Gpa dan Luasan Profil yang digunakan sebesar 4000 mm^2.

2.3 Rancangan Penelitian

Penelitian ini merupakan jenis penelitian kuantitatif, dimana analisis yang

ETERNITAS Jurnal Teknik Sipil
Vol 1 No 2 (2022): ETERNITAS:Jurnal Teknik Sipil, Vol 1, No 2 April 2022
(P) ISSN 2721-5679
(E) ISSN 2722-466X

dilakukan akan memaparkan selisih dan hasil perbandingan kedua metode analisis truktur secara kuantitatif berdasarkan perhitungan yang dilakukan. Diagram Alir Penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Diagram Alir Penelitian

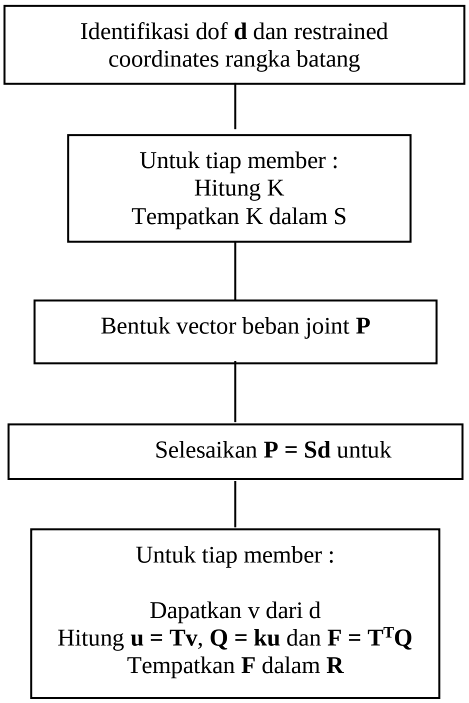
Prosedur analisa untuk rangka batang 2D dapat dirumuskan dalam langkah-langkah sebagai berikut :

1. Persiapkan model analisa rangka batang dengan jalan
   a. Gambarkan diagram garis struktur di mana setiap joint dan member diidentifikasikan dengan sebuah nomor
   b. Tetapkan koordinat global XY
   c. Tentukan koordinat lokal xy dari tiap member
   d. Identifikasikan dof dan *restrained coordinates*.
2. Evaluasi matriks kekakuan S
   a. Hitung panjang dan arah kosinus tiap member (*sin* θ dan *cos* θ)
   b. Hitung matriks kekakuan elemen dalam system koordinat global, K
   c. Identifikasi nomor kode, dan letakan tiap elemen K dalam posisinya yang tepat pada S
3. Bentuk vector beban P yang berorde *NDOF* x 1
4. Tentukan joint displacement d dengan menyelesaikan hubungan P = Sd.
5. Hitung displacement dan gaya ujung member :
   a. tentukan displacement ujung member dalam arah gloval, v dari displacement joint, d menggunakan nomor kode member
   b. hitung matriks transformasi T, dan tentukan displacement ujung meber dalam koordinat local, u menggunakan hubungan transformasi u = Tv.
   c. Hitung matriks kekauan member dalam koordinat local, k dan hitung gaya ujung member dalam koordinat local Q menggunakan hubungan kekakuan Q = ku
   d. Hitung gaya ujung member dalam koordinat global, F menggunakan hubungan transformasi F = T^TQ
   e. Dengan menggunakan nomor kode member, tempatkan elemen F dlam posisinyayang tepat untuk mendapatkan vector reaksi perletakan R.

Check kembali perhitungan gaya ujung batang dan reaksi perletakan dengan mengaplikasikan persamaan kesetimbangan pada tiap *free body* dari seluruh struktur.

ETERNITAS Jurnal Teknik Sipil
Vol 1 No 2 (2022): ETERNITAS:Jurnal Teknik Sipil, Vol 1, No 2 April 2022
(P) ISSN 2721-5679
(E) ISSN 2722-466X

Langkah-langkah analisa struktur rangka batang 2D dengan menggunakan metode Matriks Kekakuan dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Analisa Struktur Rangka Batang 2D Metode Matriks Kekakuan

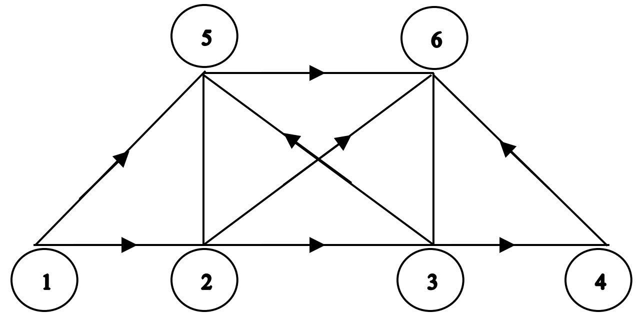
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Model Analisa Rangka Batang

Jumlah dof pada rangka batang dua dimensi dapat ditentukan dengan mengurangkan jumlah displacement joint yang ditahan oleh perletakan terhadap total displacement yang tidak ditahan. Karena suatu joint bebas pada rangka batang dua dimensi mempunyai dua dof, maka total keseluruhan dofnya adalah

$$NDOF = 2(NJ) - NR$$

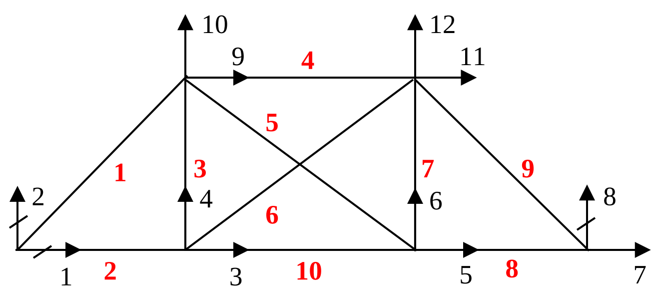
NDOF : Jumlah dof
NJ : Jumlah joint
NR : Jumlah reaksi perletakan



Gambar 4. Diagram garis struktur dan Joint

Pada kasus di atas :
NJ = 6
NR = 3
NDOF = 2(6) – 3 = 9

Rangka batang tersebut dimodelkan dalam diagram garis dengan sembilan *dof* (nomor 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, dan 12) dan lima *restrained coordinates* (nomor 1, 2, dan 8) seperti pada Gambar 5.



Gambar 5. Degree of fredom dan *restrained coordinates*

3.2 Analisa dengan Metode Matriks Kekakuan

Matriks kekakuan tiap member dalam koordinat global adalah sebagai berikut :
Member 1

Vol 1 No 2 (2022): ETERNITAS:Jurnal Teknik Sipil, Vol 1, No 2 April 2022

(P) ISSN 2721-5679

(E) ISSN 2722-466X

$$K_1 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 9 & 10 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 32998.32 & 32998.32 & -32998.32 & -32998.32 \\ 32998.32 & 32998.32 & -32998.32 & -32998.32 \\ -32998.32 & -32998.32 & 32998.32 & 32998.32 \\ -32998.32 & -32998.32 & 32998.32 & 32998.32 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 9 \\ 10 \end{array}$$

Member 2

$$K_2 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 93333.33 & 0.00 & -93333.33 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -93333.33 & 0.00 & 93333.33 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$$

Member 3

$$K_3 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 3 & 4 & 9 & 10 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 93333.33 & 0.00 & -93333.33 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & -93333.33 & 0.00 & 93333.33 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 3 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \end{array}$$

Member 4

$$K_4 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 9 & 10 & 11 & 12 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 70000.00 & 0.00 & -70000.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -70000.00 & 0.00 & 70000.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{array}$$

Member 5

$$K_5 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 5 & 6 & 9 & 10 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 35840.00 & -26880.00 & -35840.00 & 26880.00 \\ -26880.00 & 20160.00 & 26880.00 & -20160.00 \\ -35840.00 & 26880.00 & 35840.00 & -26880.00 \\ 26880.00 & -20160.00 & -26880.00 & 20160.00 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 5 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{array}$$

Member 6

$$K_6 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 3 & 4 & 11 & 12 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 35840.00 & 26880.00 & -35840.00 & -26880.00 \\ 26880.00 & 20160.00 & -26880.00 & -20160.00 \\ -35840.00 & -26880.00 & 35840.00 & 26880.00 \\ -26880.00 & -20160.00 & 26880.00 & 20160.00 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 3 \\ 4 \\ 11 \\ 12 \end{array}$$

Member 7

$$K_7 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 5 & 6 & 11 & 12 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 93333.33 & 0.00 & -93333.33 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & -93333.33 & 0.00 & 93333.33 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 5 \\ 6 \\ 11 \\ 12 \end{array}$$

Member 8

$$K_8 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 93333.33 & 0.00 & -93333.33 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -93333.33 & 0.00 & 93333.33 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{array}$$

Member 9

$$K_9 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 7 & 8 & 11 & 12 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 32998.32 & -32998.32 & -32998.32 & 32998.32 \\ -32998.32 & 32998.32 & 32998.32 & -32998.32 \\ -32998.32 & 32998.32 & 32998.32 & -32998.32 \\ 32998.32 & -32998.32 & -32998.32 & 32998.32 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 7 \\ 8 \\ 11 \\ 12 \end{array}$$

Member 10

$$K_{10} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 70000.00 & 0.00 & -70000.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -70000.00 & 0.00 & 70000.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}$$

Hasil perakitan matriks S dari matriks kekakuan global, K dalam satuan kN/m adalah sebagai berikut :

$$S = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 9 & 10 & 11 & 12 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 199173.33 & 26880.00 & -70000.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -35840.00 & -26880.00 \\ 26880.00 & 113493.33 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -93333.33 & -26880.00 & -20160.00 \\ -70000.00 & 0.00 & 199173.33 & -26880.00 & -93333.33 & -35840.00 & 26880.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & -26880.00 & 113493.33 & 0.00 & 26880.00 & -20160.00 & 0.00 & -93333.33 \\ 0.00 & 0.00 & -93333.33 & 0.00 & 126331.65 & 0.00 & 0.00 & -32998.32 & 32998.32 \\ 0.00 & 0.00 & -35840.00 & 26880.00 & 0.00 & 138838.32 & 6118.32 & -70000.00 & 0.00 \\ 0.00 & -93333.33 & 26880.00 & -20160.00 & 0.00 & 6118.32 & 146491.65 & 0.00 & 0.00 \\ -35840.00 & -26880.00 & 0.00 & 0.00 & -32998.32 & -70000.00 & 0.00 & 138838.32 & -6118.32 \\ -26880.00 & -20160.00 & 0.00 & -93333.33 & 32998.32 & 0.00 & 0.00 & -6118.32 & 146491.65 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{9} \\ \mathbf{10} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{12} \end{array}$$

Stelah matriks S didapatkan maka hubungan kekakuan, P = Sd yang mewakili persamaan simultan aljabar linear dapat diselesaikan untuk mendapatkan displacement joint, d. Berdasarkan hasil analisa diperoleh nilai displacement joint dalam satuan meter sebagai berikut:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0.0002 \\ -0.0015 \\ 0.0005 \\ -0.0015 \\ 0.0007 \\ 0.0005 \\ -0.0014 \\ 0.0000 \\ -0.0015 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{7} \\ \mathbf{9} \\ \mathbf{10} \\ \mathbf{11} \\ \mathbf{12} \end{array}$$

ETERNITAS Jurnal Teknik Sipil

Vol 1 No 2 (2022): ETERNITAS:Jurnal Teknik Sipil, Vol 1, No 2 April 2022

(P) ISSN 2721-5679

(E) ISSN 2722-466X

Dengan **d** yang sudah diketahui maka displacement ujung pada tiap member, **v** ditentukan dengan menerapkan persamaan compatibility yang didefinisikan dengan nomor kodenya. Selanjutnya dalam system koordinat lokal, displacement ujung **u** dapat diperoleh dari hasil perkalian matriks tranformasi**, T** dan vektor dispacement ujung tiap member, **v**.

Gaya ujung member dalam koordinat lokal Q dapat diperoleh menggunakan hubungan kekakuan Q = ku. Hasil gaya ujung member dalam koordinal lokal, Q untuk sepuluh member adalah sebagai berikut:

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 43.84 \\ 0.00 \\ -43.84 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} \qquad Q_2 = \begin{pmatrix} -16.00 \\ 0.00 \\ 16.00 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

$$Q_3 = \begin{pmatrix} -4.67 \\ 0.00 \\ 4.67 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} \qquad Q_4 = \begin{pmatrix} 32.78 \\ 0.00 \\ -32.78 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{matrix}$$

$$Q_5 = \begin{pmatrix} -2.22 \\ 0.00 \\ 2.22 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} \qquad Q_6 = \begin{pmatrix} 7.78 \\ 0.00 \\ -7.78 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 11 \\ 12 \end{matrix}$$

$$Q_7 = \begin{pmatrix} 1.33 \\ 0.00 \\ -1.33 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} \qquad Q_8 = \begin{pmatrix} -24.00 \\ 0.00 \\ 24.00 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$$

$$Q_9 = \begin{pmatrix} 33.94 \\ 0.00 \\ -33.94 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} \qquad Q_{10} = \begin{pmatrix} -22.22 \\ 0.00 \\ 22.22 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix}$$

Gaya ujung member dalam koordinat global, F dapat ditentukan dengan melakukan perkalian transpose dari matriks transformasi, TT dikalikan dengan matrik gaya ujung member dalam koordinat lokal, Q Hasil dari perhitungan adalah sebagai berikut :

$$F_1 = \begin{pmatrix} 31.00 \\ 31.00 \\ -31.00 \\ -31.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} \qquad F_2 = \begin{pmatrix} -16.00 \\ 0.00 \\ 16.00 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

$$F_3 = \begin{pmatrix} 0.00 \\ -4.67 \\ 0.00 \\ 4.67 \end{pmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} \qquad F_4 = \begin{pmatrix} 32.78 \\ 0.00 \\ -32.78 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{matrix}$$

$$F_5 = \begin{pmatrix} 1.78 \\ -1.33 \\ -1.78 \\ 1.33 \end{pmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 9 \\ 10 \end{matrix} \qquad F_6 = \begin{pmatrix} 6.22 \\ 4.67 \\ -6.22 \\ -4.67 \end{pmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 11 \\ 12 \end{matrix}$$

$$F_7 = \begin{pmatrix} 0.00 \\ 1.33 \\ 0.00 \\ -1.33 \end{pmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} \qquad F_8 = \begin{pmatrix} -24.00 \\ 0.00 \\ 24.00 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$$

$$F_9 = \begin{pmatrix} -24.00 \\ 24.00 \\ 24.00 \\ -24.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} \qquad F_{10} = \begin{pmatrix} -22.22 \\ 0.00 \\ 22.22 \\ 0.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix}$$

Akhirnya reaksi perletakan R ditentukan dari F dengan menjumlahkan elemen-elemen pada vektor F yang mempunyai nomor kode sama dengan *restrained koordinat* pada perletakan tersebut yaitu nomor 1, 2 dan 8. Hasil dari reaksi perletakan adalah sebagai berikut :

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 15.00 \\ 31.00 \\ 24.00 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{matrix}$$

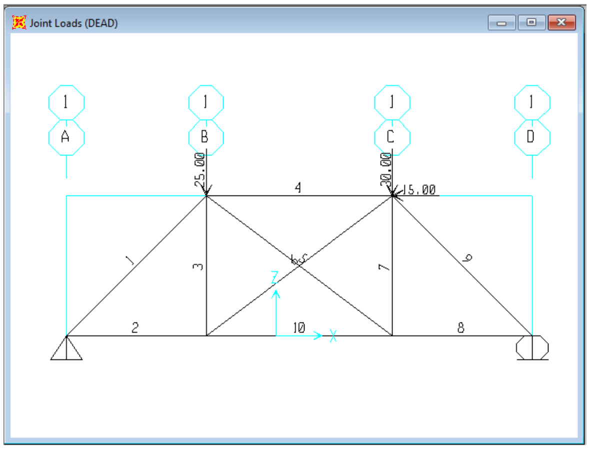
3.3 Analisa dengan Program SAP 2000

Pemodelan struktur yang dibuat dengan Program SAP 2000 disesuaikan dengan penomeran member pada perhitungan struktur rangka batang 2D dengan metode matriks kekakuan. Hasil Pemodelan dan Pembebanan dapat dilihat pada Gambar 6.

Vol 1 No 2 (2022): ETERNITAS:Jurnal Teknik Sipil, Vol 1, No 2 April 2022

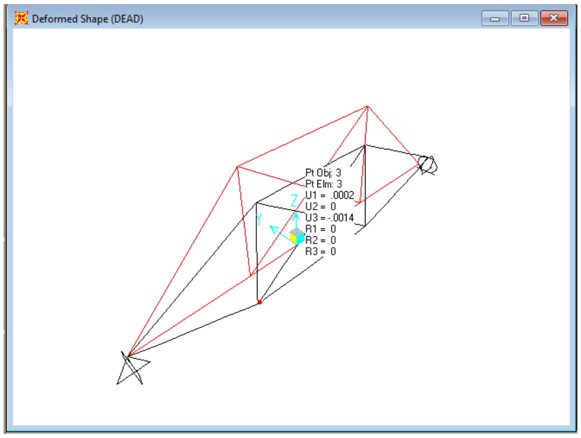
(P) ISSN 2721-5679

(E) ISSN 2722-466X

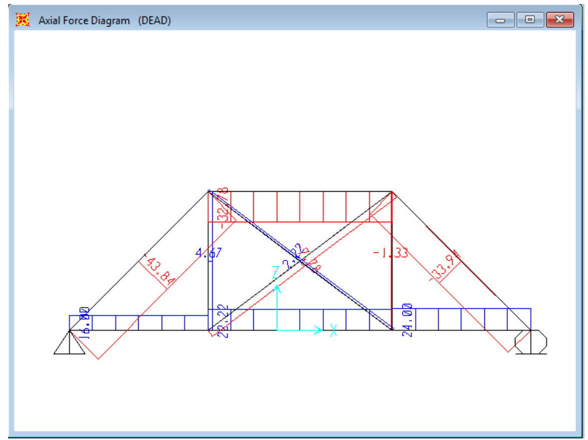


Gambar 6. Pemodelan Struktur Rangka Batang 2D Program SAP 2000

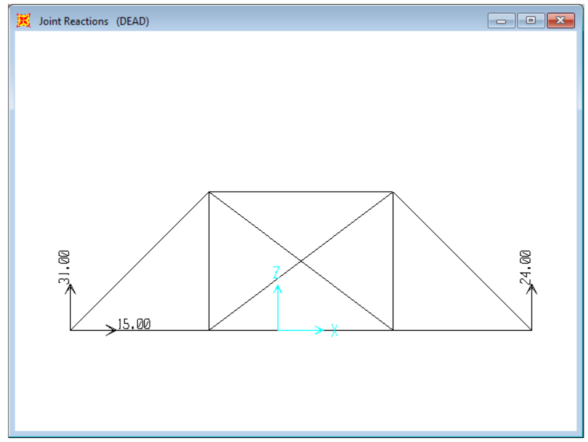
Hasil analisa Rangka Batang 2D dengan menggunakan Program SAP 2000 berupa displacement joint, axial force diagram dan joint reaction dapat dilihat pada Gambar 7, 8, dan 9.



Gambar 7. *Displacement Joint* hasil Program SAP 2000



Gambar 8 . *Axial Force Diagram* hasil Program SAP 2000



Gambar 9. *Joint Reaction* hasil Program SAP 2000

3.4 Perbandingan Hasil Analisa Metode Matriks Kekakuan dan SAP 2000

Dari hasil analisa Rangka Batang 2D menggunakan Metode Matriks Kekakuan dan Program SAP 2000 maka dapat disajikan perbandingan nilai displacement joint yang dapat dilihat pada Tabel 1, perbandingan nilai Gaya Aksial yang dapat dilihat pada Tabel 2, dan perbandingan nilai *Restrained Coordinates* yang dapat dilihat pada Tabel 3.

ETERNITAS Jurnal Teknik Sipil

Vol 1 No 2 (2022): ETERNITAS:Jurnal Teknik Sipil, Vol 1, No 2 April 2022

(P) ISSN 2721-5679

(E) ISSN 2722-466X

Tabel 1. *Displacement Joint*

Degree of Fredom	*Displacemen Joint* (mm)		Eror (%)
	Matriks	SAP 2000	
3	0.1714	0.1610	6.08%
4	-1.4615	-1.3710	6.19%
5	0.4889	0.4430	9.39%
6	-1.4552	-1.3240	9.02%
7	0.7460	0.7000	6.17%
9	0.4721	0.4590	2.77%
10	-1.4115	-1.3650	3.30%
11	0.0038	0.0036	6.20%
12	-1.4695	-1.3780	6.23%

Berdasarkan Tabel 1, dapat dilihat hasil persentase perbedaan nilai displacement joint antara hasil analisa metode matriks dan SAP 2000 terbesar adalah 9,39%. Nilai displacement berdasarkan hasil analisa metode matriks menunjukkan hasil yang lebih besar dibandingkan dengan hasil yang dikeluarkan oleh Program SAP 2000.

Tabel 2. Gaya Aksial

No. Member	Gaya Aksial (kN)		Eror (%)
	Matriks	SAP 2000	
1	-43.8406	-43.8410	0.00%
2	16.0000	16.0000	0.00%
3	4.6667	4.6670	-0.01%
4	-32.7778	-32.7780	0.00%
5	2.2222	2.2220	0.01%
6	-7.7778	-7.7780	0.00%
7	-1.3333	-1.3330	0.03%
8	24.0000	24.0000	0.00%
9	-33.9411	-33.9410	0.00%
10	22.2222	22.2220	0.00%

Berdasarkan Tabel 2 dapat dilihat bahwa presentase perbedaan terbesar untuk perhitungan gaya aksial menggunakan metode matriks kekakuan dan SAP 2000 terbesar adalah 0,03%

Tabel 3. *Restrained Coordinates*

No. Restrained Coordinates	Reaksi Tumpuan (kN)		Eror (%)
	Matriks	SAP 2000	
1	15	15	0.00%
2	31	31	0.00%
8	24	24	0.00%

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa tidak ada perbedaan terbesar untuk perhitungan gaya aksial menggunakan metode matriks kekakusan dan SAP 2000.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisa dan pembahasan maka dapat dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Besarnya persentase perbedaan nilai *displacement joint* dari hasil analisa metode matriks kekakuan dan program SAP 2000 berkisar antara 2,77% - 9,39%.
2. Besarnya persentase perbedaan nilai gaya aksial dari hasil analisa metode matriks kekakuan dan program SAP 2000 berkisar antara 0,00% - 0,03%.
3. Tidak ada perbedaan nilai *restrained coordinates* antara hasil analisa metode matriks kekakuan dan Program SAP 2000.

DAFTAR PUSTAKA

[1] C. C. Manubulu, R. Hendrikus, and F. Ndouk, “Getaran Bebas Pada Struktur Mdof Bangunan Penahan Geser,” *Eternitas J. Tek. Sipil*, vol. 1, no. 1, pp. 49–57, 2020.

[2] S. O. Dapas, “Analisis Struktur Rangka Batang,” *J. Ilm. Media Eng.*, vol. 1, no. 2, pp. 156–160, 2011.

[3] J. Harahap, M. Sumajouw, and S. Wallah, “Analisa Struktur Cara Kekakuan : Sebagai Alat Bantu Alternatif Dalam Perhitungan Stuktur,” *J. Ilm. Media Eng.*, vol. 6, no. 3, pp. 529–534, 2016.