



**PREDIKSI PENDUDUK KABUPATEN ALOR DENGAN MENGGUNAKAN MODEL
PERTUMBUHAN LOGISTIK PADA BEBERAPA TAHUN MENDATANG**

***ALOR REGENCY PREDICTION USING LOGISTIC GROWTH MODELS ON SEVERAL
YEARS***

Yafet Kala Pandu

Universitas Sanata Dharma

Email: panduyafet@gmail.com

Abstrak: Tujuan dari penelitian ini adalah (1) mengetahui hasil prediksi pertumbuhan penduduk di Kabupaten Alor dengan menggunakan model populasi logistik. Dan (2) mengetahui jumlah penduduk Kabupaten Alor pada tahun 2030 dari hasil estimasi menggunakan model pertumbuhan logistik. Jenis penelitian yang digunakan adalah kajian pustaka. Instrumen penelitian yang digunakan adalah buku, jurnal dan internet. Metode pengumpulan data diperoleh melalui kajian pustaka berupa buku – buku jurnal dan internet. Teknik analisis data yang digunakan adalah reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan. Penelitian ini dilakukan pada bulan November 2019. Hasil dari penelitian ini adalah (1) Untuk melakukan proyeksi penduduk dengan menggunakan model logistik maka terlebih dahulu ditentukan nilai maksimum penampungan (carrying capacity) yang nilai variabelnya K . Setelah menentukan nilai K kita menghitung semua bentuk logistik yang dari persamaan P07. Dari model – model yang telah diperoleh dapat membandingkan dengan hasil sensus dan dilihat model yang paling akurat untuk dijadikan sebagai model akhir untuk melakukan prediksi jumlah di masa mendatang. Dari makalah ini diperoleh model logistik VI lebih akurat untuk memprediksi jumlah penduduk kabupaten Alor dengan daya tampung 293669 jiwa. Bentuk persamaan dari model logistik VI (2) Dengan menggunakan model logistik VI dapat diprediksi jumlah penduduk kabupaten Alor pada tahun 2030 yakni sebanyak 222.661 jiwa

Kata Kunci: Kabupaten Alor; Model Pertumbuhan;Logistik.

Abstract: *The aim of this study is to (1) find out the predicted results of population growth in Alor Regency using a logistic population model (2) know the population of Alor Regency in 2030 from the estimation results using a logistic growth model. This type of research is a literature review. The research instruments used were books, journals and the internet. Data collection methods were obtained through literature review in the form of journal books and the internet. Data analysis techniques used are data reduction, data presentation and conclusion drawing. This research was conducted in November 2019. The results of this study are (1) To conduct population projections using the logistic model, the maximum value of carrying capacity must be determined first. After determining the K value, we calculate all forms of logistics from equation P07. From the models that have been obtained can compare with the results of the census and see the most accurate model to be used as the final model to predict the number in the future. From this paper logistic model VI is obtained more accurately to predict the population of Alor district with a capacity of 29,3669 inhabitants. Equation form of logistic model VI (2) By using logistic model VI it can be predicted that the population of Alor district in 2030 will be 222,661 people.*

Keywords: Alor Regency; Growth Model, Logistic

Cara Sitasi: Pandu, K.Y. (2020). Prediksi Penduduk Kabupaten Alor Dengan Menggunakan Model Pertumbuhan Logistik Pada Beberapa Tahun Mendatang. *Asimtot: Jurnal Kependidikan Matematika*, “2”(“1”), “71-81”



Permasalahan penduduk merupakan masalah yang cukup serius yang harus dihadapi oleh setiap negara, terutama bagi negara berkembang maupun negara yang dikategorikan sebagai negara tertinggal. Indonesia merupakan sebuah negara yang termasuk dalam kategori negara berkembang dan memiliki jumlah penduduk yang cukup besar. Pertumbuhan penduduk suatu daerah merupakan hal penting karena dapat mempengaruhi kemajuan dan kemakmuran daerah tersebut.

Tingkat pertumbuhan penduduk yang yang terlalu tinggi akan sangat beresiko menimbulkan berbagai masalah pada daerah tersebut, seperti tingkat pengangguran yang tinggi, kemiskinan, dan kelaparan. Namun disisi lain, dampak–dampak negatif di atas dapat dikurangi jika kita mampu mempersiapkan sarana yang cukup untuk mengantisipasi hal tersebut. Menurut Khakim (2010), faktor – faktor yang mempengaruhi pertumbuhan penduduk antara lain: kelahiran (natalitas), kematian (mortalitas), dan migrasi (mobilitas).

Kabupaten Alor merupakan salah satu kabupaten di Propinsi Nusa Tenggara Timur yang terletak di bagian timur laut. Kabupaten Alor terdiri dari tiga pulau besar dan enam pulau kecil yang saat ini ada penghuninya. Secara astronomis, Kabupaten Alor terletak antara : Timur : $125^{\circ} - 48^{\circ}$ Bujur Timur, Barat : $123^{\circ} - 48^{\circ}$ Bujur Timur, Utara : $8^{\circ} - 6^{\circ}$ Lintang Selatan, Selatan : $8^{\circ} - 36^{\circ}$ Lintang Selatan. Kabupaten Alor memiliki luas $2.864,64 \text{ Km}^2$ terdiri dari 17 Kecamatan dengan jumlah penduduk 192807 jiwa berdasarkan data tahun 2011 yang diperoleh

dari BPS (Badan Pusat Statistik), maka tingkat kepadatan penduduk Alor adalah $67,30 \text{ jiwa/km}^2$ yang berarti pada setiap luas daratan 1 km^2 ditempati oleh 67 jiwa. Secara geografis, kondisi daerah ini merupakan daerah pegunungan tinggi yang dikelilingi oleh lembah – lembah dan jurang – jurang. Hampir 64% dari wilayah di Kabupaten Alor merupakan daerah dengan kemiringan lebih dari 40° . Dengan luas Kabupaten Alor yang hanya sebesar itu, maka kepadatan penduduk di Alor akan semakin meningkat sejalan dengan laju pertumbuhan penduduknya yang terus meningkat.

Menurut Khakim (2011), untuk mengurangi dampak negatif dari pertumbuhan penduduk, maka salah satu solusi yang dapat ditempuh adalah proyeksi kependudukan. Menurutnya proyeksi kependudukan perlu dilakukan karena dapat menjadi acuan untuk meningkatkan fasilitas kesehatan, pendidikan, perumahan dan lapangan kerja di masyarakat. Proyeksi kependudukan merupakan proses perhitungan jumlah penduduk di masa yang akan datang berdasarkan asumsi arah perkembangan natalitas (kelahiran), mortalitas (kematian) dan migrasi (mobilitas). Untuk dapat melakukan proyeksi kependudukan, dibutuhkan suatu model matematika yang dapat mewakili kondisi riil, khususnya pertumbuhan penduduk suatu daerah dari waktu ke waktu.

Pertumbuhan penduduk merupakan suatu proses yang bersifat kontinu. Kontinu dalam hal ini berarti populasi bergantung waktu tanpa putus. Karenanya model matematika yang akan digunakan untuk memproyeksi penduduk Kabupaten Alor



dalam makalah ini adalah model pertumbuhan populasi kontinu. Menurut Iswanto (2012) ada beberapa macam model pertumbuhan populasi yang kontinu diantaranya model populasi eksponensial dan model populasi logistik. Carolina Laisina, dkk. 2014 dalam hasil penelitian *proyeksi penduduk provinsi maluku dengan menggunakan model pertumbuhan logistik pada beberapa tahun mendatang* menyimpulkan bahwa model populasi logistik lebih tepat untuk memprediksi jumlah penduduk provinsi maluku dengan daya tampung 2000000 jiwa.

Penelitian yang relevan menurut Afrinirina dalam hasil penelitiannya tentang *aplikasi persamaan diferensial model populasi kontinu pada pertumbuhan penduduk di Jombang*, menyimpulkan bahwa model populasi logistik lebih akurat dan lebih realistis daripada model populasi eksponensial untuk memprediksi jumlah penduduk Jombang pada sensus 2020. Iswanto (2012) juga mengemukakan bahwa keakuratan model logistik lebih mendekati realita lapangan jika dibandingkan dengan model eksponensial, karena pada model eksponensial faktor penghambat pertumbuhan penduduk diabaikan, sedangkan pada model logistik di perhatikan faktor – faktor penghambat pertumbuhan penduduk seperti peperangan, kelaparan, wabah penyakit dan sebagainya.

Dengan demikian model pertumbuhan populasi kontinu yang akan digunakan untuk memproyeksi pertumbuhan penduduk di Kabupaten Alor adalah model populasi logistik. Sedangkan data jumlah penduduk Kabupaten Alor yang digunakan dalam

makalah ini adalah data hasil sensus penduduk Kabupaten Alor tahun 2010 hingga tahun 2020 yang bersumber dari BPS Provinsi NTT.

Berdasarkan uraian latar belakang masalah di atas maka masalah – masalah dalam penulisan diatas dapat dirumuskan sebagai berikut:

- a. Bagaimanakah hasil proyeksi pertumbuhan penduduk di Kabupaten Alor dengan menggunakan model populasi logistik?
- b. Berapakah jumlah penduduk Kabupaten Alor pada tahun 2030 dari hasil estimasi menggunakan model pertumbuhan logistik?

Model matematika suatu fenomena adalah suatu ekspresi matematika yang diturunkan dari fenomena tersebut. Model matematika digunakan untuk menjelaskan karakteristik fenomena yang dimodelkannya, dapat secara kualitatif atau kuantitatif. Asumsi, pendekatan maupun pembatasan ini digunakan untuk mempelajari fenomena tersebut secara sederhana (penyederhanaan fenomena sesungguhnya), dan juga seringkali digunakan untuk mempelajari kontribusi factor – factor tertentu dengan tiadanya faktor yang lain pada fenomena yang dipelajari. Keberadaan kontribusi faktor tertentu dalam model matematika seringkali dalam bentuk variabel, parameter maupun koefisien (Cahyono, 2013).

Populasi adalah bentuk kumpulan organisme yang paling sederhana pada suatu komunitas, karena hanya terdiri dari satu spesies saja (Yulianti, 2005). Misalnya diasumsikan bahwa dalam suatu ekosistem



terdapat satu spesies dengan persediaan makanan cukup. Jika $N(t)$ menyatakan banyaknya populasi pada saat t , dengan $t \geq 0$, maka Habermen (1997) mendefinisikan bahwa laju pertumbuhan populasi pada interval waktu (Δt) sebagai

$$R(t) = \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t N(t)}$$

Jika besar populasi didekati dengan suatu fungsi kontinu terhadap waktu t yang diasumsikan diferensiabel, maka laju pertumbuhan sesaat dinyatakan dengan,

$$\begin{aligned} R(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} R(t) \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t N(t)} \\ &= \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan ini, maka yang dimaksud laju pertumbuhan populasi adalah laju pertumbuhan sesaat ($R(t)$) dikalikan dengan banyaknya populasi ($N(t)$), sehingga

$$\frac{dN(t)}{dt} R(t) N(t)$$

Dalam model ini laju pertumbuhan ($R(t)$) dianggap bergantung kepada populasi saat itu, sehingga $R(t)$ merupakan fungsi dari $N(t)$. Jadi persamaan diatas dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{dN(t)}{dt} R(N(t))$$

Hubungan antara $R(t)$ dan $N(t)$ menurut Verhust (1830), Pearl dan Reed (1920) adalah bahwa laju pertumbuhan dipengaruhi oleh angka pertumbuhan tanpa pengaruh lingkungan, yang notasinya

dilambangkan dengan bilangan positif a , dan efek naiknya angka kepadatan populasi, dilambangkan dengan bilangan positif b . Sehingga kedua persamaan diatas menjadi,

$$\frac{dN(t)}{dt} N(t)(a - bN(t))$$

Pada tahun 1798, seorang professor, politikus dan ekonom bernama Thomas R. Malthus mempublikasikan pamflet anonim yang berjudul “*An Essay on the Principle of Populations as It Affects the Future Improvement of Society, with Remarks on the Speculation of Mr. Godwin, M. Condorcet and other Writers*”. Pamflet ini memberikan sejumlah opini dan gagasan mengenai hubungan sosial antar manusia. Disamping itu juga terdapat beberapa pendapat Malthus mengenai pertumbuhan populasi yang umumnya akan menghasilkan keburukan atau peningkatan dalam jumlah kemiskinan (Iswanto, 2012). Pada model ini diasumsikan bahwa populasi bertambah dengan laju pertumbuhan populasi yang sebanding dengan besarnya populasi. Misalkan $P(t)$ menyatakan jumlah populasi pada saat t (waktu), dan k menyatakan laju pertumbuhan populasi maka model populasi eksponensial dinyatakan dalam bentuk:

$$\frac{dP}{dt} = kP(t) \dots\dots\dots (P.01)$$

Model persamaan diferensial di atas merupakan persamaan diferensial separabel, sehingga kita dapat mencari solusi umumnya sebagai berikut:

$$\int \frac{dP}{P} = \int k \cdot dt$$

$$\ln P(t) = kt + c$$



$$e^{\ln P(t)} = e^{kt+c}$$

$$P(t) = e^{kt+c} \dots\dots\dots (P.02)$$

Jika diberikan kondisi awal $t = 0$ dan $P(0) = P_0$ maka diperoleh nilai $c = \ln P_0$ sehingga bila nilai c disubstitusikan ke dalam (P. 02) akan menghasilkan,

$$P(t) = e^{kt+\ln P_0}$$

$$P(t) = e^{kt} \cdot e^{\ln P_0}$$

$$P(t) = P_0 e^{kt} \dots\dots\dots(P.03)$$

Persamaan (P.03) merupakan bentuk solusi khusus dari model pertumbuhan eksponensial. Dari persamaan tersebut dapat dilihat jika nilai k positif maka populasi akan meningkat secara eksponensial, sebaliknya jika nilai k negatif maka populasi akan semakin punah.

Pertumbuhan secara eksponensial sangat membutuhkan nilai $b > d$, tetapi pada beberapa prinsip populasi biologi yang lain memberikan beberapa persyaratan lain. Pierre Francois Verhulst pada 1838 merupakan orang pertama yang mengemukakan mengenai beberapa Batasan dalam model pertumbuhan sebelumnya, dari pada harus mengabaikannya. Persamaan yang diusulkan oleh Verhulst, dinamakan persamaan logistik, yang sampai dengan saat ini persamaan tersebut masih dianggap lebih mendekati realita lapangan. Persamaan ini berdasarkan bahwa kehadiran spesies pada lingkungan akan memiliki populasi maksimum.

Hal ini senada yang dikemukakan oleh Malthus, tetapi Verhulst menghubungkan konsep ini pada persamaan populasi. Jika pertumbuhan maksimum populasi K , maka

Verhulst berpendapat bahwa laju pertumbuhan per kapita bersih (laju kelahiran dikurangi laju kematian) harus menurun sepanjang P mendekati K . Fungsi yang paling mudah untuk menggambarkan persamaan tersebut adalah $k(1 - \frac{P}{K})$, dimana r merupakan konstanta positif (Iswanto, 2012). Dengan menggunakan asumsi ini maka untuk laju pertumbuhan bersih per kapita, kita akan mendapatkan persamaan logistik sebagai berikut

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = k \left(1 - \frac{P}{K}\right) \dots\dots\dots (P.04)$$

Persamaan ini dapat diverifikasi dari penyelesaian yang mudah diperoleh dari pemisahan variabel. Kalikan dengan P , maka diperoleh model untuk pertumbuhan populasi yang dikenal **persamaan diferensial logistik** :

$$\frac{dP}{dt} = kP \left(1 - \frac{P}{K}\right) \dots\dots\dots (P.05)$$

Perhatikan dari persamaan diatas bahwa jika P lebih kecil dibandingkan dengan K , maka P/K mendekati 0 dan $\frac{dP}{dt} \approx kP$. Namun jika $P \rightarrow K$ (populasi mendekati kapasitas tampungnya), maka $P/K \rightarrow 1$, sehingga $\frac{dP}{dt} \rightarrow 0$. Jika populasi P berada diantara 0 dan K , maka ruas kanan persamaan di atas bernilai positif, sehingga $\frac{dP}{dt} \rightarrow 1$ dan populasi naik. Tetapi jika populasi melampaui kapasitas tampungnya ($P > K$), maka $1 - \frac{P}{K}$ negatif, sehingga $\frac{dP}{dt} < 0$ dan populasi turun. Solusi persamaan logistik dapat diperoleh melalui langkah – langkah berikut ini:



$$\frac{dP}{P(1 - \frac{P}{K})} = kdt$$

$$\int \frac{dP}{P(1 - \frac{P}{K})} = \int kdt$$

$$\int \frac{dP}{P - \frac{P^2}{K}} = \int kdt$$

$$\int \frac{KdP}{KP - \frac{P^2}{K}} = \int kdt$$

$$\ln P - \ln(K - P) = kt + c$$

$$\ln P - \ln(\frac{P}{K - P}) = kt + c$$

$$\frac{P}{(K - P)} = e^{kt+c}$$

$$P = e^{kt+c} (K - P)$$

$$P = Ke^{kt+c} - Pe^{kt+c}$$

$$P + Pe^{kt+c} = Ke^{kt+c}$$

$$P(1 + e^{kt+c}) = Ke^{kt+c}$$

$$P = \frac{Ke^{kt+c}}{1 + e^{kt+c}} \quad \dots (P.06)$$

Dari persamaan (P.06) jika kita memberikan nilai awal $t = 0$ dan $P(0) = P_0$ kemudian disubstitusikan ke dalam (P.06) maka akan diperoleh nilai $c = \ln(P_0/K - P_0)$ selanjutnya nilai c tersebut disubstitusikan kembali ke dalam persamaan (P.06), sehingga diperoleh solusi khusus dari model logistik seperti berikut,

$$P = \frac{Ke^{kt+\ln(\frac{P_0}{K-P_0})}}{1 + e^{kt+\ln(\frac{P_0}{K-P_0})}}$$

$$P = \frac{Ke^{kt}(\frac{P_0}{K-P_0})}{1 + e^{kt}(\frac{P_0}{K-P_0})}$$

$$P = \frac{(\frac{Ke^{kt}P_0}{K-P_0})}{(\frac{K-P_0 + e^{kt}P_0}{K-P_0})}$$

$$P = \frac{Ke^{kt}P_0}{K-P_0 + e^{kt}P_0}$$

$$P = \frac{KP_0}{(K-P_0 + e^{kt}P_0)e^{-kt}}$$

$$P = \frac{KP_0}{(Ke^{-kt} - P_0e^{-kt} + P_0)}$$

$$P = \frac{KP_0}{(\frac{Ke^{-kt}}{P_0} - P_0e^{-kt} + 1)}$$

$$P = \frac{KP_0}{e^{-kt}(\frac{K}{P_0} - 1) + 1} \quad \dots (P.07)$$

Keterangan :

- P adalah jumlah populasi pada saat t
- P_0 merupakan jumlah populasi awal saat $t = 0$.
- K adalah daya tampung (*carrying capacity*) dari suatu daerah untuk populasi.
- k merupakan laju pertumbuhan per kapita populasi.
- t menyatakan waktu.

Persamaan (P.07) merupakan bentuk sederhana dari solusi khusus model logistik



yang akan digunakan dalam melakukan proyeksi penduduk kabupaten Alor.

Menentukan nilai K dapat dicari dengan cara:

$$K = \frac{p_1(p_1p_0 - 2p_0p_2 + p_1p_2)}{p_1^2 - p_0p_2}$$

Metode Penelitian

Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan kajian Pustaka seperti buku penunjang matematika, internet dan jurnal – jurnal yang berhubungan dengan model pertumbuhan populasi. Adapun langkah-langkah penelitian yang dilakukan yaitu:

1. Mempelajari definisi dan teorema yang menjadi landasan pada penelitian ini.
2. Melakukan kajian solusi analitik untuk kasus model logistik serta melakukan pemodelan pertumbuhan penduduk Kabupaten Alor dengan model tersebut.
3. Memproyeksikan jumlah penduduk Kabupaten Alor pada tahun yang akan datang dengan menggunakan model logistik.

Waktu penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun ajaran 2019/2020 di Program Magister Pendidikan Matematika. Dalam penelitian ini peneliti menggunakan data jumlah penduduk, laju pertumbuhan penduduk kabupaten Alor 2011-2019 yang diperoleh dari BPS (Badan Pusat Statistik).

Penelitian ini dilaksanakan selama 2 bulan, yaitu november sampai bulan desember tahun 2019. Penelitian dimulai dari mencari sumber (Buku, Jurnal dan Internet) hingga diakhiri pembuatan analisis retrospektif.

Tabel 1. Daftar Jumlah Penduduk Kabupaten Alor

Tahun	J. Pnddk	L. Pertumbuhan	Sumber
2011	192807	0.99	
2012	194719	0.99	
2013	196613	0.97	
2014	198200	0.81	BPS Prov.
2015	199915	0.87	NTT
2016	201515	0.8	
2017	202890	0.68	
2018	204380	0.73	

Dari tabel diatas terlihat bahwa sejak tahun 2011 – 2019 jumlah penduduk Alor mengalami kenaikan. Secara umum jika kita bandingkan jumlah penduduk pada awal tahun dan akhir tahun maka telah terjadi kenaikan jumlah penduduk Kabupaten Alor.

Teknik analisis data dilakukan secara kualitatif dimana data direduksi, disajikan dan ditarik kesimpulan. Dalam penelitian ini teknik analisis datanya mengadopsi teori menurut sugiyono (2018:293), Analisis data merupakan proses mencari dan menyusun secara sistematis data yang diperoleh dari hasil sumber, catatan lapangan, dan dokumentasi, dengan cara mengorganisasikan data ke dalam kategori, menjabarkan ke dalam unit – unit, melakukan sintesa, menyusun ke dalam pola, memilih mana yang penting dan yang akan dipelajari, dan membuat kesimpulan sehingga mudah difahami oleh diri sendiri maupun orang lain.

Adapun cara analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:



1. Reduksi Data

Data yang diperoleh dari sumber (buku, jurnal dan internet) cukup banyak, untuk itu maka perlu dicatat secara teliti dan rinci. Untuk itu perlu segera dilakukan analisis data melalui reduksi data. Dengan demikian data yang telah direduksi akan memberikan gambaran yang lebih jelas, dan mempermudah pengumpulan data selanjutnya.

2. Penyajian data

Setelah mereduksi data, maka langkah selanjutnya adalah menyajikan data. Pada tahap ini, data – data yang telah direduksi diklasifikasikan dan dianalisis berdasarkan rumusan masalah.

3. Penarikan Kesimpulan

Berdasarkan data yang telah disajikan, peneliti menarik kesimpulan sesuai rumusan masalah. Kesimpulan dalam penelitian kualitatif adalah merupakan temuan baru yang sebelumnya pernah ada. Temuan berupa deskripsi atau gambaran suatu objek yang sebelumnya masih remang – remang.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Untuk menyelesaikan model logistik dari data jumlah penduduk kabupaten alor pada tabel 3 diatas, sebelumnya diasumsikan terlebih dahulu bahwa waktu (t) yang diukur dalam tahun dan dimisalkan $t = 0$ pada tahun 2011 maka syarat awalnya $p(0) = 192807$. Sehingga persamaan daya tampung (carrying capacity) dapat dituliskan menjadi :

$$K = \frac{p_1(p_1p_0 - 2p_0p_2 + p_1p_2)}{p_1^2 - p_0p_2}$$

Dengan menggunakan MATLAB mendapatkan daya tampung atau $K = 293669$

Sehingga $P(0)$ dan K disubstitusikan persamaan solusi model logistik (P. 07)

diperoleh:

$$P = \frac{K}{e^{-kt} \left(\frac{K}{P_0} - 1 \right) + 1}$$

$$P = \frac{293669}{e^{-kt} \left(\frac{293669}{192807} - 1 \right) + 1}$$

$$P = \frac{293669}{e^{-kt}(0.52312) + 1} \dots \dots \text{pers. (P. 08)}$$

Selanjutnya dari persamaan (P.08) dicari model logistik $t = 1$ pada tahun 2012 maka $p(1) = 194719$. Substitusi ke P.08 sehingga diperoleh

$$P(1) = \frac{293669}{e^{-kt}(0.52312) + 1}$$

$$194719 = \frac{293669}{e^{-k}(0.52312) + 1}$$

$$e^{-k}(0.52312) = \frac{293669 - 194719}{194719}$$

$$e^{-k} = \frac{0.50816}{0.52312}$$

$$-k = \ln(0.97140)$$

$$k = 0.02901$$

Pembahas Nilai k yang diperoleh disubstitusikan ke pers. P(08) maka menghasilkan

$$P = \frac{293669}{e^{-0.02901t}(0.52312) + 1} \quad \text{Model 1}$$

$t = 2$ pada tahun 2013 maka $P(2) = 196613$. Substitusi ke P.08 sehingga diperoleh



$$196613 = \frac{293669}{e^{-2k}(0.52312) + 1}$$

$$e^{-2k}(0.52312) = \frac{293669 - 196613}{196613}$$

$$e^{-2k} = \frac{0.49363}{0.52312}$$

$$-2k = \ln(0.943643905795993)$$

$$-2k = -0.058006402$$

$$k = 0.029003201$$

Nilai k yang diperoleh disubstitusikan ke pers. P(08) maka menghasilkan

$$P = \frac{293669}{e^{-0.029003201t}(0.52312) + 1} \quad \text{Model 2}$$

Cara yang sama digunakan untuk $t = 3,4,5,6,7,8$ sehingga diperoleh model logistik secara berturut – turut :

Selanjutnya akan dihitung jumlah penduduk Kabupaten Alor dari tahun 2011-2019 yang dihasilkan dari kedelapan model diatas dengan menggunakan Ms. Excel, kemudian akan dianalisis model yang memberikan hasil yang cukup signifikan bila dibandingkan dengan hasil sensus penduduk.

Tabel 2. Hasil perhitungan jumlah penduduk berdasarkan delapan model logistik dari tahun 2011-2019

Tahun	Hasil Sensus	Hasil Model							
		Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6	Model 7	Model 8
2011	192807	192807	192807	192807	192807	192807	192807	192807	192807
2012	194719	194719	194719	194621	194608	194580	194525	194504	194428
2013	196613	196613	196613	196418	196394	196338	196228	196188	196037
2014	198200	198489	198488	198199	198162	198080	197917	197856	197632
2015	199915	200346	200344	199963	199914	199806	199590	199510	199214
2016	201515	202183	202181	201710	201649	201514	201248	201149	200782
2017	202890	204000	203998	203439	203367	203206	202890	202772	202336
2018	204380	205797	205794	205149	205066	204881	204515	204379	203876
2019	205599	207573	207569	206841	206747	206538	206124	205971	205401

Tabel 3. Perhitungan error setiap model logistik

Error Model 1	Error Model 2	Error Model 3	Error Model 4	Error Model 5	Error model 6	Error model 7	Error model 8
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	98	111	139	194	215	291
0	0	195	219	275	385	425	576
289	288	0	38	120	283	344	568
431	429	48	0	109	325	405	701
668	666	195	134	1	267	366	733
1110	1108	549	477	316	0	118	554
1417	1414	769	686	501	135	0	504
1974	1970	1242	1148	939	525	372	198
5889	5875	3096	2813	2400	2115	2244	4122

Jika perbandingan jumlah penduduk kabupaten alor antara hasil sensus dan hasil model pada tabel diatas ditampilkan dalam grafik, maka akan terlihat seperti dibawah ini.

$$P = \frac{293669}{e^{-0.02751029t}(0.52312) + 1} \quad \text{Model 3}$$

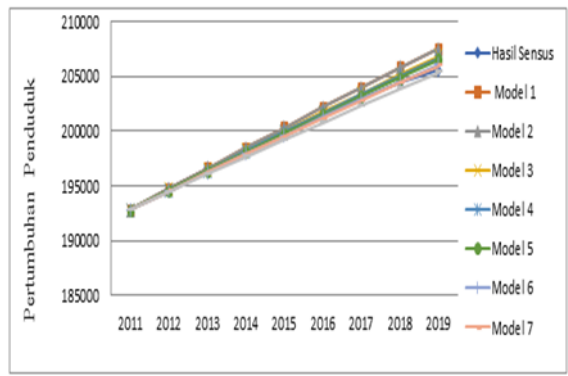
$$P = \frac{293669}{e^{-0.027318429t}(0.52312) + 1} \quad \text{Model 4}$$

$$P = \frac{293669}{e^{-0.0268916673t}(0.52312) + 1} \quad \text{Model 5}$$

$$P = \frac{293669}{e^{-0.0260487141t}(0.52312) + 1} \quad \text{Model 6}$$

$$P = \frac{293669}{e^{-0.025736901t}(0.52312) + 1} \quad \text{Model 7}$$

$$P = \frac{293669}{e^{-0.027438074t}(0.52312) + 1} \quad \text{Model 8}$$



Grafik 1: Jumlah Penduduk Kabupaten Alor, Data BPS dan Model Logistic

Pada hasil perbandingan antara hasil sensus dan hasil model terlihat error paling kecil terdapat pada model 6, hal ini dapat dilihat pada gambar 1 bahwa grafik model yang paling mendekati dengan grafik data BPS adalah grafik model logistik 6. Jadi, dapat dikatakan bahwa model logistik 6 lebih akurat dari model logistik lainnya.

Dengan demikian dipilih model logistik 6 sebagai model final yang akan digunakan untuk memprediksi jumlah penduduk kabupaten Alor pada tahun 2030. Karena model logistik 6 digunakan untuk memprediksi jumlah penduduk kabupaten Alor pada 2030, maka persamaan modelnya adalah;

$$P = \frac{293669}{e^{-0.0260487141(t)}(0.52312) + 1}$$

Dari model diatas laju pertumbuhan penduduk di kabupaten Alor adalah 2,6% pertahun. Selanjutnya untuk memprediksi jumlah penduduk pada tahun 2030 diambil $t = 19$ disubstitusikan ke dalam model logistik 6 diatas diperoleh :

$$P = \frac{293669}{e^{-(0.0260487141)(19)}(0.52312) + 1}$$

$$P = \frac{293669}{e^{-(0.4949255679)}(0.52312) + 1}$$

$$P = \frac{293669}{(0.609616280627634)(0.52312) + 1}$$

$$P = \frac{293669}{0.3189024687219278908 + 1}$$

$$P = \frac{293669}{1.3189024687219278908}$$

$$P = 222661$$

Berdasarkan uraian secara keseluruhan diatas maka dapat diperoleh hasil perhitungan jumlah penduduk kabupaten Alor pada tahun 2030 yang dihasilkan model logistik adalah 222.661 Jiwa.

Simpulan dan Saran

Simpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Untuk melakukan prediksi penduduk dengan menggunakan model logistik maka terlebih dahulu ditentukan nilai maksimum penampungan (*carrying capacity*) yang nilai variabelnya K . Setelah menentukan nilai K kita menghitung semua bentuk logistik yang dari persamaan P07. Dari model – model yang telah diperoleh dapat membandingkan dengan hasil sensus dan dilihat model yang paling akurat untuk



dijadikan sebagai model akhir untuk melakukan prediksi jumlah di masa mendatang. Dari makalah ini diperoleh model logistik VI lebih akurat untuk memprediksi jumlah penduduk kabupaten Alor dengan daya tampung 293669 jiwa. Bentuk persamaan dari model logistik VI adalah

$$P = \frac{293669}{e^{-0.0260487141(t)}(0.52312) + 1}$$

2. Dengan menggunakan model logistic VI dapat diprediksi jumlah penduduk kabupaten Alor pada tahun 2030 yakni sebanyak 222.661 jiwa.

Saran

Saran yang dapat diberikan dari penelitian ini berupa refrensi bagi peneliti lain dalam melaksanakan penelitian yang sama.

Daftar Pustaka

- Cahyono, E. 2013. *Pemodelan Matematika Edisi Pertama*. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Haberman, Richard. 1977. *Mathematical Models: Mechanical Vibrations, Population Dynamics and Traffic Flow*. Prentice-Hall Inc. New Jersey.
- Iswanto, R. J., 2012. *Pemodelan Matematika Aplikasi dan Terapannya*. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Khakim, L., 2011. *Proyeksi Penduduk Provinsi DKI Jakarta dan Kota Surabaya*.
- Kurniawan, Arief dkk. 2017. *APLIKASI PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA MODEL EKSPONENSIAL DAN LOGISTIK PADA PERTUMBUHAN PENDUDUK KOTA SURABAYA*. MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology. Vol 2 (1), hal: 137.
- Nuraeni, Zuli. 2017. *APLIKASI PERSAMAAN DIFERENSIAL DALAM ESTIMASI JUMLAH POPULASI*. DELTA: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika. Vol 5 (1). Sumber Internet
- BPS. Jumlah Penduduk Kabupaten Alor tahun 2011-2019. Diakses tanggal 27 Novermber 2019 dari <http://alorkab.go.id/new/index.php/profil/geografis1>
- Proyeksi Penduduk (Perempuan+Laki-Laki) di Provinsi Nusa Tenggara Timur, 2010-2020. Diakses tanggal 27 November 2019 dari <https://ntt.bps.go.id/dynamictable/2015/03/06/25/proyeksi-penduduk-perempuan-laki-laki-di-provinsi-nusa-tenggara-timur-2010-2020.html>